MATEMATYKA

ZADANIA Z POMYSŁEM

LUBELSKIE SAMORZĄDOWE CENTRUM DOSKONALENIA NAUCZYCIELI

Materiał opracowany w ramach sieci współpracy **Matematyka - w kierunku sukcesu**, koordynator Elżbieta Wojtowicz

Wstęp

Opracowany materiał dydaktyczny Zadania z pomysłem powstał jako efekt rozważań nauczycieli matematyki – sieć współpracy **Matematyka w kierunku sukcesu**, na temat sposobów rozwijania logicznego myślenia i kreatywności w edukacji matematycznej uczniów szkół podstawowych.

Jak zaangażować większość uczniów, nie tylko klasowych prymusów, do podjęcia trudu pochylania się nad nieszablonowymi zadaniami, które wymagają odrobiny pomysłowości i wyobraźni? Zaproponować im zadania, które spełnią przede wszystkim dwa warunki. Po pierwsze będą miały wiele rozwiązań, a po drugie nie będą to zadania trudne. Zadania tu zawarte wpisują się w tę sugestię.
Nie jest to więc klasyczny zestaw do pracy z uczniem zdolnym. To propozycja dla nauczycieli, aby w scenariusze swoich zajęć, włączyli czasami jedno z takich zadań. Może stać się ono powodem dyskusji dydaktycznej, okazją do generowania pomysłów, poszukiwania błędów, weryfikowania tych błędów, czy uczenia się na błędach. Bez wątpienia tak zaplanowana lekcja, będzie przykładem nowoczesnej dydaktyki i okazją do rozwijania kreatywności uczniów.

Opracowanie zawiera zadania własne autorów, jak również zaczerpnięte z dostępnych na rynku zbiorów zadań oraz ze stron internetowych. Informację znajdującą się przy każdym zadaniu i dotyczącą klasy należy traktować jako sugestię.

Elżbieta Wojtowicz

Autorzy projektu:

Paulina Adamczyk	SP nr 39 im. Szarych Szeregów w Lublinie
Dorota Dąbrowska	SP im. Anny i Andrzeja Nowaków w Ożarowie
Beata Frączek	SP nr 20 im. Jarosława Dąbrowskiego w Lublinie
Maria Góźdź	SP im. Marii Skłodowskiej- Curie w Zawieprzycach
Maria Horst	Prywatna Szkoła Podstawowa nr 1 w Biedrusku
Martyna Huba	SP nr 11 im. Stanisławy Filipiny Paleolog w Lublinie
Urszula Jaworska	SP nr 30 im Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie
Małgorzata Krysa	SP nr 30 im Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie
Agnieszka Partyka	SP nr 16 im. F. Chopina w Lublinie
Agata Ruszniak	Szkoła Podstawowa w Babinie
Magda Sabal	Niepubliczna Szkoła Podstawowa w Przeorsku
Justyna Sójka	Zespół Szkół Ogólnokształcących nr 4 w Białej Podlaskiej
Anna Szewczak	SP nr 30 im. Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie
Ewa Szostkiewicz	Publiczna Szkoła Podstawowa im. Kard. S. Wyszyńskiego w Krzewicy
Beata Wieleba	SP nr 30 im Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie

Koordynacja projektu: **Elżbieta Wojtowicz - doradca metodyczny LSCDN**, nauczyciel matematyki w SP nr 30 im. Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie

Składu dokonano w systemie LaTeX: Małgorzata Krysa, Agnieszka Partyka

Spis treści

I DZIAŁANIA NA LICZBACH NATURALNYCH

[Spis treści]

Zadanie 1. *(kl. 4)*

Z cyfr $0, 7$ i 9 utwórz liczby trzycyfrowe, w których cyfry się nie powtarzają. Otrzymane liczby zapisz od najmniejszej do największej. [rozw.]

Zadanie 2. *(kl. 4)*

Podaj trzy największe dziewięciocyfrowe liczby, które można utworzyć z liczb: $375,\ 107,\ 805,\ 684,\ 357$. [rozw.]

Zadanie 3. *(kl. 5)*

Wymyśl dwa przykłady dwóch liczb dwucyfrowych, których suma da trzycyfrową liczbę palindromiczną. Liczba palindromiczna to taka sama liczba czytana z lewej, jak i z prawej strony. [rozw.]

Zadanie 4. *(kl. 4)*

Znajdź najmniejszą liczbę czterocyfrową, której suma cyfr wynosi 13. [rozw.]

Zadanie 5. *(kl. 4)*

Znajdź najmniejszą liczbę czterocyfrową, o różnych cyfrach, w której suma cyfr tysięcy i jedności jest równa różnicy cyfr setek i dziesiątek. [rozw.]

Zadanie 6. *(kl. 4)*

Między cyfry 123456789 wstaw jeden znak "+" w takim miejscu, aby utworzona suma dwóch składników była możliwie jak najmniejsza oraz jak największa. [rozw.]

Zadanie 7. *(kl. 4-8)*

W puste kratki wpisz cyfry od 3 do 7 tak, aby po wykonaniu działań otrzymać poprawny wynik (cyfry nie mogą się powtarzać):

$$\square \cdot [\square\square - \square - \square] = 88$$

(Zadanie można rozbudować o kolejne pytania, np. w jaki sposób wpisać te cyfry, aby otrzymać wynik możliwie największy, najmniejszy, itp.) [rozw.]

Zadanie 8. *(kl. 4-6)*

Masz do dyspozycji dwie kostki do gry z liczbami od 1 do 6. Rzucasz kolejno obiema kostkami, dodajesz do siebie ilość wyrzuconych oczek i otrzymany wynik wpisujesz w kolejne ramki w podanym poniżej schemacie. Po zapełnieniu wszystkich okienek oblicz wynik podanego działania. Sprawdź, czy masz szczęście i otrzymany schemat działań jest łatwy do obliczenia czy nie.

Schemat do wypełniania liczbami:

$$(\square + \square) \cdot \square - \square =$$

[rozw.]

Zadanie 9. *(kl. 7-8)*

W puste miejsca wpisz różne takie liczby całkowite, aby otrzymać równość prawdziwą.

$$100 : \square \cdot \square \cdot \square : 100 = 100$$

Czy wpisując trzy razy taką samą liczbę uzyskamy równość prawdziwą? Jeśli tak, to podaj rozwiązanie. [rozw.]

Zadanie 10. *(kl. 4-5)*

Wstaw cyfry w puste kratki, uwzględnij wszystkie możliwości.

[rozw.]

$$\square\square 7 + 3\square = \square\square\square 3$$

Zadanie 11. *(kl. 4)*

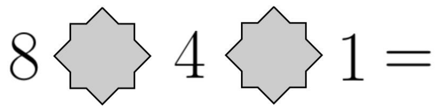
Na ile sposobów można uzupełnić podaną równość różnymi liczbami naturalnymi?

[rozw.]

$$\square \cdot 5 + \triangle \cdot 3 = 20$$

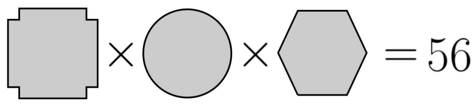
<u>Zadanie 12.</u> *(kl. 4)*

Wstaw w okienka znak $+, -, :, \times$, znaki mogą się powtarzać, tak aby otrzymać wynik:
a) największy;
b) najmniejszy.
[rozw.]



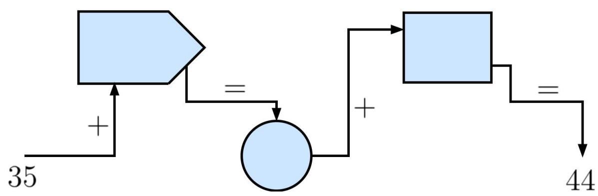
<u>Zadanie 13.</u> *(kl. 4)*

Jakie liczby ukrywają się pod figurami? Pamiętaj, że czynniki nie mogą się powtarzać.
[rozw.]



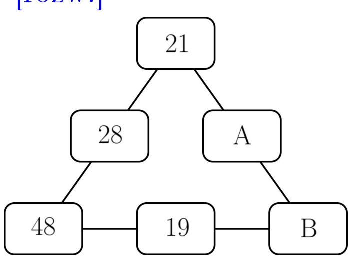
<u>Zadanie 14.</u> *(kl. 4)*

Wpisz w diagramie brakujące składniki sumy, które są różnymi cyframi. Ile jest sposobów rozwiązania tego diagramu? Podaj wszystkie możliwości.
[rozw.]



<u>Zadanie 15.</u> *(kl. 4)*

Liczby umieszczone na bokach trójkąta ułożone są według pewnej zasady (patrz rysunek).
[rozw.]

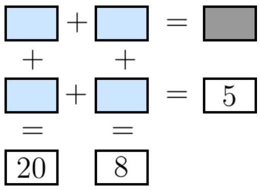


Pod literami A i B kryją się odpowiednio liczby:
A. 7 i 29
B. parzyste
C. z których jedna jest parzysta, a druga nie
D. 46 i 30
Podaj wszystkie odpowiedzi.

<u>Zadanie 16.</u> *(kl. 4)*

Z ośmiu kart ułożono cztery działania: dwa poziomo i dwa pionowo. Na każdej karcie jest liczba naturalna, ale niektóre karty nie zostały odkryte. Podaj liczbę z najciemniejszej karty.

[rozw.]



Zadanie 17. *(kl. 4-8)*

W kratki diagramu o wymiarach 1×11 wpisz takie liczby naturalne, by sumy liczb w każdych trzech kolejnych kratkach były równe 15. Działania te wykonaj w sytuacji, gdy w drugą i ósmą kratkę wpisano odpowiednio 5 i 3 (rys.)

	5						3			

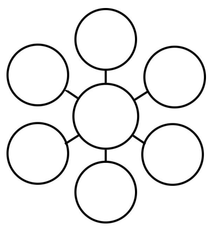
(Zadanie można rozbudować wpisując inne liczby w inne kratki i podając inną sumę kolejnych kratek, itp.) [rozw.]

Zadanie 18. *(kl. 4-5)*

Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6 ustaw w wierzchołkach i środkach boków trójkąta tak, aby sumy liczb na każdym boku były równe. [rozw.]

Zadanie 19. *(kl. 5)*

Wpisz liczby 2, 4, 6, 9, 10, 11, 13 w kółka w taki sposób, by suma liczb wzdłuż każdej linii była taka sama. [rozw.]



Zadanie 20. *(kl. 4-8)*

Spośród liczb wpisanych do tablicy obok wybieramy trzy liczby tak, aby żadne dwie z nich nie leżały w tym samym wierszu ani w tej samej kolumnie. Ile jest równa największa suma liczb w tak wybranych trójkach?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

[rozw.]

Zadanie 21. *(kl. 4-5)*

Między cyfry: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 wstaw znak "+" w ten sposób, aby otrzymana suma liczb wynosiła 144. [rozw.]

Zadanie 22. *(kl. 4-8)*

Zastąp litery siedmioma różnymi cyframi od 0 do 6, tak aby zachodziła podana równość. Znajdź wszystkie możliwości. [rozw.]

$$\mathbf{DWA} + \mathbf{DWA} = \mathbf{TRZY}$$

Zadanie 23. *(kl. 5)*

W podanych szyfrach ukryto działania, a zamiast cyfr zapisano litery. W szyfrach obowiązują następujące reguły:

- każdej literze odpowiada jedna cyfra;
- takim samym literom odpowiadają takie same cyfry;
- różnym literom odpowiadają różne cyfry;
- liczby nie zaczynają się cyfrą zero.

Spróbuj złamać szyfr. Jakie cyfry ukryły się pod literami? [rozw.]

$$\begin{array}{ccccc} & \mathrm{T} & \mathrm{R} & \mathrm{Z} & \mathrm{Y} \\ + & \mathrm{T} & \mathrm{R} & \mathrm{Z} & \mathrm{Y} \\ \hline \mathrm{S} & \mathrm{Z} & \mathrm{E} & \mathrm{Ś} & \mathrm{Ć} \end{array}$$

Zadanie 24. *(kl. 5)*

Wymyśl działanie na liczbach, które uwzględnia: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, nawiasy i potęgowanie, aby wynik był jak najbardziej zbliżony do 1000. [rozw.]

Zadanie 25. *(kl. 6)*

Z cyfr od 0 do 9 ułóż po 2 przykłady działań do każdego z poniższych schematów. Cyfry mogą się powtarzać.

1. $\square\square\square + \square\square\square = \square\square\square\square$

2. $\square\square\square\square - \square\square\square = \square\square\square\square$

[rozw.]

Zadanie 26. *(kl. 6-8)*

Iloczyn stu liczb całkowitych jest równy 100. Jaką najmniejszą, a jaką największą wartość może mieć ich suma? [rozw.]

Zadanie 27. *(kl. 4)*

W wyrażeniu $100 - 20 \cdot 3 + 2$ ustaw nawiasy tak, aby uzyskać wynik:
a) najmniejszy,
b) największy. [rozw.]

Zadanie 28. *(kl. 4)*

Każdą z liczb $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ zapisz za pomocą pięciu piątek, znaków działań matematycznych oraz nawiasów. [rozw.]

Zadanie 29. *(kl. 4)*

Przy pomocy czterech szóstek i znaków $+, -, \cdot, :$ oraz $(,)$ zapisz każdą z liczb: 0, 5, 6, 8, 12, 13, 36, 42, 48, 66, 108, 180. [rozw.]

Zadanie 30. *(kl. 5)*

Pomiędzy cyfry liczby 2024 wstaw znaki działań lub nawiasy tak, aby uzyskać możliwie najwyższy wynik. [rozw.]

Zadanie 31. *(kl. 5)*

Wstaw nawiasy tak, aby otrzymać prawdziwą równość.
a) $5 \cdot 8 + 40 : 10 = 44$
b) $78 - 60 : 2 + 4 = 44$

c) $6 \cdot 5 + 30 : 10 = 48$
d) $52 : 4 + 3 \cdot 3 = 48$ [rozw.]

Zadanie 32. *(kl. 5)*

Mając do dyspozycji 5 najmniejszych liczb złożonych, ułóż działanie, które będzie miało jak największy wynik. Pomiędzy nie należy wstawić tylko raz znaki $+$, $-$, $:$, $\cdot$ [rozw.]

Zadanie 33. *(kl. 4)*

Z cyfr $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ utwórz pięć dowolnych liczb dwucyfrowych, parzystych (podzielnych przez 2). Następnie zsumuj te liczby i podaj wynik.
Odpowiedz na pytanie: Czy wynik jest liczbą parzystą? [rozw.]

Zadanie 34. *(kl. 4-8)*

Jak dysponując dwoma naczyniami o pojemności 5 litrów i 3 litry odmierzyć dokładnie 4 litry wody? [rozw.]

Zadanie 35. *(kl. 4-8)*

Mamy odważniki o masie 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g, 9 g, 10 g, 11 g, 12 g. Czy można te odważniki podzielić na dwie grupy w ten sposób, by:
a) W jednej grupie odważniki ważyły o 10 g więcej niż w drugiej?
b) W jednej grupie odważniki ważyły o 17 g więcej niż w drugiej?
(Zadanie można rozbudować o kolejne pytania, np. czy można podzielić odważniki na trzy grupy o tej samej wadze, na trzy grupy tak, aby masa każdych dwoch różniła się o 1 g, itp.) [rozw.]

Zadanie 36. *(kl. 4-9)*

Mając do dyspozycji wagę szalkową i jeden komplet odważników o masach 1 g, 3 g, 9 g, i 27 g, odważ dokładnie:
a) 25 g substancji,
b) 17 g substancji.
Uwaga. Odważniki można kłaść na obie szalki.

(Zadanie można rozbudować o kolejne pytania, np. jaki największy ciężar można odważyć, czy można odważyć 20 g substancji, itp.) [rozw.]

Zadanie 37. *(kl. 5)*

Ile razy w ciągu doby wskazówki zegara minutowa i godzinowa tworzą kąt prosty? [rozw.]

Zadanie 38. *(kl. 6)*

Oblicz ile godzin, ile minut i ile sekund trwa rok? [rozw.]

Zadanie 39. *(kl. 4)*

Na podstawie swojej daty urodzenia znajdź liczbę jaka Cię określa. Dodaj dzień, miesiąc i rok urodzenia. Otrzymany wynik podziel przez 2. Sprawdź, czy ktoś w klasie ma taką samą liczbę co Ty. [rozw.]

Zadanie 40. *(kl. 6)*

Za pomocą np. metrówki zmierz swoją wysokość i wynik zapisz w centymetrach. Następnie zmierz długość swojej stopy i długość ręki od łokcia do końca palca środkowego. Wynik też zapisz również w centymetrach. Następnie oblicz, jakim procentem Twojej wysokości jest długość Twojej stopy i długość ręki. Porównajcie swoje wyniki w klasie. [rozw.]

II DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH

[Spis treści]

Zadanie 41. *(kl. 6)*

Między cyfry $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ wstaw znaki działań i nawiasy, aby otrzymać jako wartość końcową liczbę 100. [rozw.]

Zadanie 42. *(kl. 6)*

Uzupełnij dodawanie tak, aby jeden składnik był liczbą całkowitą ujemną, a drugi liczbą pierwszą. [rozw.]

$$\square + \bigcirc = 15$$

Zadanie 43. *(kl. 6)*

Przedstaw liczbę -18 w postaci:
a) sumy liczby dodatniej i ujemnej,
b) sumy dwóch liczb ujemnych.
Sprawdź, jakie rozwiązania mają inne osoby w klasie. [rozw.]

Zadanie 44. *(kl. 5)*

Podaj wszystkie liczby całkowite x, dla których wartość ilorazu $\frac{12}{x-3}$ jest liczbą całkowitą ujemną. [rozw.]

III PODZIELNOŚĆ LICZB

[Spis treści]

Zadanie 45. *(kl. 5)*

W miejsce kratek wstaw cyfry tak, aby powstała liczba była podzielna przez:

a) 2 i 3
b) 3 i 4
c) 4 i 5

$$97\square5\square6\square$$

[rozw.]

Zadanie 46. *(kl. 4-5)*

Z cyfr $2, 5, 7$ ułóż możliwie najwięcej liczb trzycyfrowych, podzielnych przez:
a) dwa
b) pięć [rozw.]

Zadanie 47. *(kl. 4)*

Liczbę, która jest równa sumie wszystkich swoich dzielników mniejszych od niej samej, nazywa się liczbą doskonałą. Sprawdź, która z podanych liczb jest doskonała. Podaj wszystkie odpowiedzi.

A. 4 B. 6 C. 12 D. 28 [rozw.]

Zadanie 48. *(kl. 6)*

Z cyfr $0, 1, 2, 3, 4, 5, 9$ ułóż jak najwięcej liczb 4-cyfrowych podzielnych przez 3. Cyfry w liczbie mogą się powtarzać. [rozw.]

Zadanie 49. *(kl. 5)*

Wymyśl jak najwięcej liczb trzycyfrowych zbudowanych z liczb pierwszych, które będą podzielne przez 3. [rozw.]

Zadanie 50. *(kl. 5)*

Podaj przykład dwóch liczb złożonych **podzielnych przez 6,** których różnica jest większa niż 20 i jednocześnie mniejsza niż 50. [rozw.]

Zadanie 51. *(kl. 5)*

Pięć liczb dwucyfrowych ma największą liczbę dzielników. Każda z tych liczb ma po 12 dzielników. Znajdź te liczby. [rozw.]

Zadanie 52. *(kl. 6)*

Zapisz dwie pary liczb, których NWD jest liczba 18. [rozw.]

Zadanie 53. *(kl. 6)*

Znajdź cztery czterocyfrowe liczby parzyste, z których każda jest wielokrotnością liczby 25 oraz których suma cyfr jest równa 16. [rozw.]

Zadanie 54. *(kl. 6)*

Znajdź wszystkie liczby naturalne o następującej własności: pięciokrotność tej liczby zwiększona o 1 jest dwucyfrową wielokrotnością liczby 6. [rozw.]

Zadanie 55. *(kl. 5)*

Podaj przykład trzech liczb pierwszych mniejszych od 100, których suma po podzieleniu przez 5 da wynik z resztą równą 0. [rozw.]

Zadanie 56. *(kl. 6)*

Liczba doskonała jest równa sumie swoich dzielników mniejszych od danej liczby, np. $1 + 2 + +3 = 6$.
Spośród liczb od 20 do 30 i od 490 do 500 wybierz liczby doskonałe. [rozw.]

Zadanie 57. *(kl. 6)*

Podaj przykład świadczący o tym, że każde kolejne zdanie jest **nieprawdziwe.**
a) Każda liczba parzysta dzieli się przez 4.
b) Jeżeli suma cyfr danej liczby jest parzysta, to liczba dzieli się przez 2.
c) Liczba dzieli się przez 3, jeśli jej ostatnia cyfra jest liczbą podzielną przez 3.
d) Jeśli suma cyfr danej liczby jest podzielna przez 10, to liczba jest wielokrotnością liczby 10. [rozw.]

Zadanie 58. *(kl. 6)*

Utwórz wszystkie dwucyfrowe liczby pierwsze, które możesz otrzymać z użyciem cyfr: 1, 2, 3, 4, bez powtarzania żadnej z tych cyfr. [rozw.]

Zadanie 59. *(kl. 6)*

Pewna liczba naturalna dzieli się z resztą 1 przez 3 i przez 4, a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2. Znajdź najmniejszą taką liczbę. [rozw.]

Zadanie 60. *(kl. 5)*

Użyj cyfr od 1 do 9, maksymalnie jeden raz, aby utworzyć 5 liczb pierwszych. [rozw.]

$$\square\,,\ \square\square\,,\ \square\square\,,\ \square\square\,,\ \square\square$$

IV ILE JEST MOŻLIWOŚCI?

[Spis treści]

Zadanie 61. *(kl. 4)*

Kod PIN składa się z czterech cyfr. Podaj możliwe kody PIN, składające się z samych cyfr parzystych oraz różnica między dwoma sąsiednimi cyframi wynosi 2. [rozw.]

Zadanie 62. *(kl. 6)*

Jacek ma 4 litry kompotu przygotowanego przez babcię. Ma do dyspozycji 20 kubeczków o pojemności 250 ml każdy. Kubeczki maja podziałkę mililitrową. Przedstaw przynajmniej 4 sposoby, na jakie Jacek może rozlać ten sok do kubeczków, jeśli nie musi wykorzystywać wszystkich kubeczków i nie muszą one być pełne. [rozw.]

Zadanie 63. *(kl. 4-6)*

Mając do dyspozycji monety 1zł, 2zł, 5zł i banknot 10zł wyznacz 10 możliwych sposobów przedstawienia kwoty 20zł. Monety i banknoty mogą się powtarzać. [rozw.]

Zadanie 64. *(kl. 4)*

W sklepie osiedlowym jogurt naturalny kosztuje 2 zł, a owocowy 3 zł. Kasia chce kupić jogurty za 24 zł. Ile jogurtów naturalnych i ile owocowych może kupić za całą tę kwotę? [rozw.]

Zadanie 65. *(kl. 4)*

Jaś dostał lokomotywę z czterema wagonami: czerwonym, zielonym, białym i niebieskim. Ustawia je na różne sposoby jeden za drugim. Wymień jak najwięcej możliwości tego ustawienia. [rozw.]

Zadanie 66. *(kl. 4-8)*

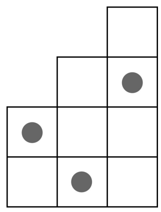
Na ile różnych sposobów można przdstawić liczbę 20 w postaci sumy dziesiątek, piątek lub dwójek?
Uwaga! Dwa sposoby są rożne, jeżeli różnią się liczbą poszczególnych składników. [rozw.]

Zadanie 67. *(kl. 4-5)*

Jola w sklepie papierniczym kupiła ołówek za $3,50$ zł, gumkę za $1,50$ zł oraz zakreślacz za $2,60$ zł. Dała sprzedawczyni banknot 10 zł. Jak ekspedientka mogła wydać resztę Joli, jeżeli w kasie miała:
5 monet 2 zł;
5 monet 1 zł;
5 monet 50 gr;
5 monet 20 gr;
5 monet 10 gr;
Podaj jak najwięcej możliwości. [rozw.]

Zadanie 68. *(kl. 4-8)*

Na przedstawionym obok diagramie należy rozmieścić trzy pionki w taki sposób, aby w każdej kolumnie był jeden pionek i jednocześnie żadne dwa pionki nie były w tym samym wierszu. Przykład takiego rozmieszczenia przedstawiamy na rysunku. Ile jest możliwych rozmieszczeń tego typu? [rozw.]



Zadanie 69. *(kl. 4)*

Zapisz liczbę, która spełnia następujące warunki:

- jest pięciocyfrowa;
- cyfrą setek jest 6;
- cyfra jedności jest dwa razy mniejsza od cyfry setek;
- cyfra dziesiątek jest o 4 większa od cyfry jedności;
- cyfra tysięcy jest nieparzysta;
- cyfry nie mogą się powtarzać;

Ile takich liczb istnieje? [rozw.]

V DZIAŁANIA PISEMNE

[Spis treści]

Zadanie 70. *(kl. 4)*

Uzupełnij brakujący czynnik używając tylko cyfr 1 i 2, cyfry mogą się powtarzać i podaj wynik mnożenia. Dla jakiego czynnika iloczyn będzie:

a) największy;

b) najmniejszy

[rozw.]

$$\begin{array}{r} \blacksquare\,\blacksquare\,\blacksquare \\ \times \qquad 2 \\ \hline \blacksquare\,\blacksquare\,\blacksquare \end{array}$$

Zadanie 71. *(kl. 5)*

Używając cyfr od 0 do 9 co najwyżej raz, umieść jedną cyfrę w każdym polu, aby znaleźć iloczyn najbliższy liczbie 500.

[rozw.]

$$\square\,\square\,\square \times \square = \square\,\square\,\square$$

Zadanie 72. *(kl. 4-8)*

Przyporządkuj figurom odpowiednie cyfry tak, aby działanie było poprawne.

[rozw.]

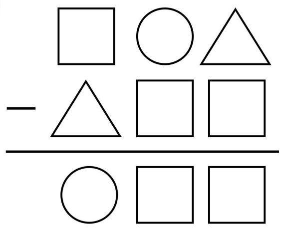
$$\begin{array}{r} \square\,\bigcirc\,\triangle \\ +\ \triangle\,\triangledown\,\square \\ \hline \square\,\square\,\square\,\Diamond \end{array}$$

Zadanie 73. *(kl. 4-8)*

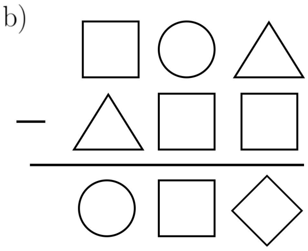
Przyporządkuj figurom odpowiednie cyfry tak, aby działanie było poprawne.

[rozw.]

a)



b)

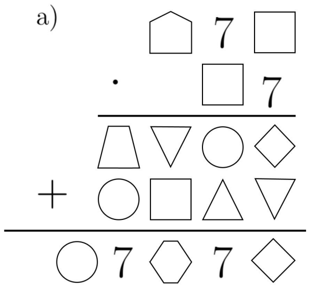


Zadanie 74. *(kl. 4-8)*

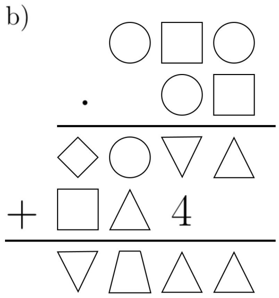
Przyporządkuj figurom odpowiednie cyfry tak, aby działanie było poprawne.

[rozw.]

a)



b)

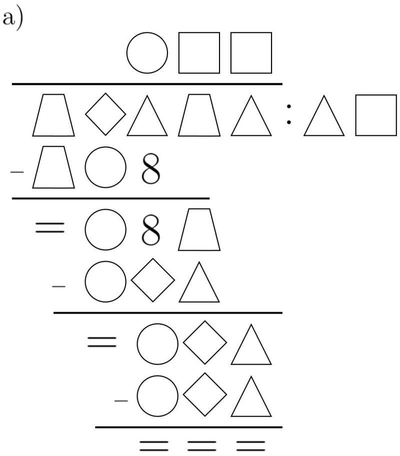


Zadanie 75. *(kl. 4-8)*

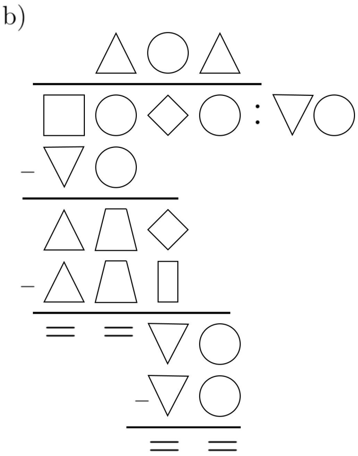
Przyporządkuj figurom odpowiednie cyfry tak, aby działanie było poprawne.

[rozw.]

a)



b)



Zadanie 76. *(kl. 4)*

Do dyspozycji mamy pojedyncze cyfry od 0 do 9. Utwórz i podaj dwie liczby pięciocyfrowe, których suma jest równa 76455.

[rozw.]

$$\begin{array}{r} \square\,\square\,\square\,\square\,\square \\ +\ \square\,\square\,\square\,\square\,\square \\ \hline 7\ \ 6\ \ 4\ \ 5\ \ 5 \end{array}$$

VI POTĘGI I PIERWIASTKI

[Spis treści]

Zadanie 77. *(kl. 8)*

Każdą z poniższych liczb zapisano za pomocą czterech dwójek. Ustal, która z nich jest największa, a która najmniejsza.

$$2^{222}, \quad 2^{22^2}, \quad 2^{2^{22}}, \quad 2^{2^{2^2}}.$$

[rozw.]

Zadanie 78. *(kl. 7-8)*

Używając cyfr od 1 do 9 dokładnie raz (łącznie w dwóch wyrażeniach), uzupełnij luki w równaniach tak, aby były one prawdziwe.

[rozw.]

$$\sqrt{\square\square} = \square$$

$$\square < \sqrt{\square\square} < \square$$

VII SYSTEM RZYMSKI

[Spis treści]

Zadanie 79. *(kl. 4)*

Ułóż możliwie jak najmniejszą liczbę z podanych poniżej cyfr rzymskich:
I, X, X, C, C, M, M. [rozw.]

Zadanie 80. *(kl. 4)*

W pewnej starej księdze, w której liczby były zapisane w systemie rzymskim, część cyfr stała się nieczytelna. Nieczytelne cyfry zastąpiono gwiazdką. Jakie liczby kryją się pod każdym zapisem? Zapisz je w systemie dziesiętnym. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania.

a) L * * * V * * *
b) C * C X C V * *
c) M * * D X I I
d) D L * X I * *
e) M M M * D L * V * * * [rozw.]

VIII UŁAMKI ZWYKŁE

[Spis treści]

Zadanie 81. *(kl. 4)*

Uzupełnij puste miejsca tak, aby wynikiem była liczba mniejsza niż 5.

[rozw.]

$$2\frac{\square}{10} + 2\frac{\square}{10} < 5$$

Zadanie 82. *(kl. 4)*

Narysuj oś liczbową. Na osi zaznacz liczbę 0 oraz 1. Podaj cztery możliwie największe ułamki zwykłe, które można wstawić na osi między liczbami 0 i 1, które będą miały licznik większy od 100, a mianownik mniejszy od 200. [rozw.]

Zadanie 83. *(kl. 4-6)*

Używając cyfr od 0 do 9, umieść jedną cyfrę w każdym polu, aby równość była prawdziwa, przy czym każda cyfra może być użyta tylko raz.

[rozw.]

$$\frac{\square\square}{\square} = \square\frac{\square}{\square}$$

Zadanie 84. *(kl. 6)*

Zapisz ułamek $\frac{7}{12}$ jako sumę ułamków o liczniku 1 i o różnych mianownikach. Każdy ułamek może się powtórzyć w zapisanej sumie tylko raz. [rozw.]

Zadanie 85. *(kl. 5-6)*

Używając cyfr od 0 do 9, dokładnie raz, uzupełnij luki w równaniu tak, aby było ono prawdziwe.

[rozw.]

$$\frac{\square}{\square} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square\square}{\square\square}$$

Zadanie 86. *(kl. 6)*

Pomiędzy liczby wpisz takie znaki działań, aby równość była prawdziwa. Możesz używać znaków dodawania, odejmowania i mnożenia. Możesz także używać nawiasów.

$$a)\quad \frac{8}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} = 1$$

$$b)\quad \frac{8}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} = 2$$

$$c)\quad \frac{8}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} = 3$$

$$d)\quad \frac{8}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} = 4$$

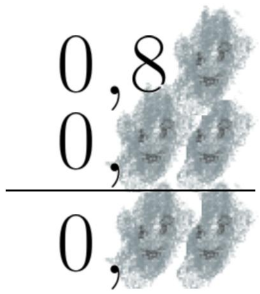
[rozw.]

IX UŁAMKI DZIESIĘTNE

[Spis treści]

Zadanie 87. *(kl. 5)*

Chochlik Zdzisio zakradł się do zeszytu Kasi i wymazał kilka cyfr z jej pisemnego dodawania. Uratuj Kasię i pomóż jej uzupełnić te luki. Podaj możliwie dużo rozwiązań.



[rozw.]

Zadanie 88. *(kl. 5)*

Użyj cyfr od 0 do 9, maksymalnie jeden raz, wypełniając pola tak, aby suma była jak najbardziej zbliżona do 10.

[rozw.]

$$\square,\square+\square,\square+\square,\square\square$$

Zadanie 89. *(kl. 5)*

Wpisz w miejsce $\square$ takie działanie, aby wynik w każdym przykładzie był taki sam oraz wpisz wynik:

a) $0,11\,\square\,10 = \ldots$
b) $11,0\,\square\,10 = \ldots$
c) $1,21\,\square\,1,1 = \ldots$
d) $1,21\,\square\,0,11 = \ldots$

[rozw.]

Zadanie 90. *(kl. 6)*

Wpisz w miejsce kratki odpowiednie cyfry tak, aby równość była prawdziwa.

[rozw.]

$$32\square,02 - 1\square9,2\square\square = \square74,\square84$$

Zadanie 91. *(kl. 6)*

Podaj trzy liczby większe od $111,04$ i jednocześnie mniejsze od $111,05$. Ile rozwiązań ma to zadanie? [rozw.]

Zadanie 92. *(kl. 8)*

Znajdź wszystkie pary liczb naturalnych (k, n) takie, że spełniona jest równość:
a) $k = 1 + \frac{2}{n-1}$ b) $k = \frac{2n}{n-1}$ [rozw.]

X GEOMETRIA

[Spis treści]

Zadanie 93. *(kl. 5)*

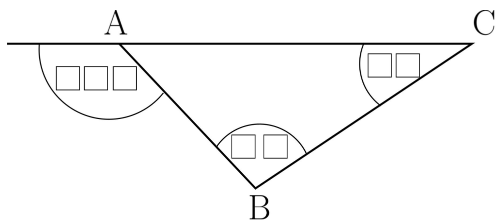
Podaj trzy przykłady trójkątów ostrokątnych (należy podać miary ich kątów wewnętrznych). W każdym z tych trójkątów przynajmniej miara jednego z kątów ma być podzielna przez 4. [rozw.]

Zadanie 94. *(kl. 5)*

Dany jest trójkąt ostrokątny, który nie jest równoramienny. Jeden z jego kątów jest o 15° większy niż drugi kąt. Podaj jak najwięcej przykładów kątów tego trójkąta, jeśli ich miary są liczbami całkowitymi. [rozw.]

Zadanie 95. *(kl. 6-7)*

W trójkącie ABC kąt ABC jest rozwarty. Używając cyfr od 1 do 9 co najwyżej raz, umieść jedną cyfrę w każdym polu tak, aby kąt ACB był możliwie najmniejszym kątem ostrym. [rozw.]



Zadanie 96. *(kl. 4-5)*

Dla pewnej liczby jednocyfrowej, która jest długością boku kwadratu, obwód i pole to ta sama wartość, ale różne jednostki. Znajdź tę liczbę. [rozw.]

Zadanie 97. *(kl. 4)*

Dany jest kwadrat o boku 8 cm. Ile jest różnych prostokątów o tym samym obwodzie co obwód kwadratu, jeżeli długości boków prostokąta są liczbami naturalnymi? [rozw.]

Zadanie 98. *(kl. 6)*

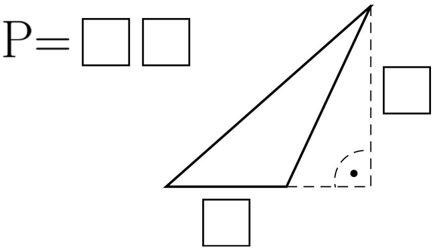
Jakie największe pole może mieć prostokąt, którego obwód wynosi 24 cm? Podaj wymiary jego boków (zakładając, że długości boków są liczbami całkowitymi). [rozw.]

Zadanie 99. *(kl. 5-6)*

Podaj wymiary figur geometrycznych (kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trójkąt, trapez), których pole jest równe 36 cm^2. Podaj jak najwięcej możliwości. [rozw.]

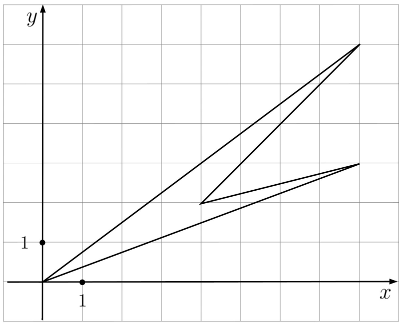
Zadanie 100. *(kl. 6-8)*

Używając jednokrotnie cyfr od 1 do 9, wypełnij puste pola tak, aby powstał trójkąt, którego pole będzie równe wartości P. [rozw.]



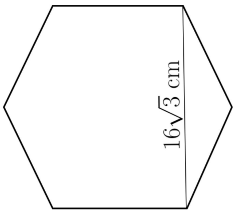
Zadanie 101. *(kl. 7)*

Oblicz pole narysowanego obok czworokąta. Podaj kilka sposobów obliczenia tego pola. [rozw.]



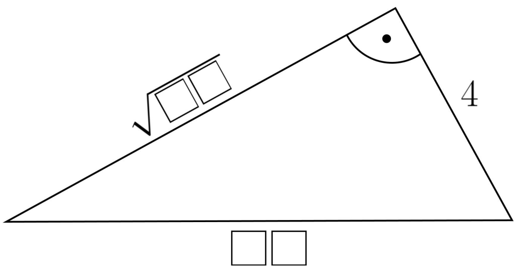
Zadanie 102. *(kl. 8)*

Oblicz różnymi sposobami pole sześciokąta przedstawionego na rysunku. [rozw.]



Zadanie 103. *(kl. 7-8)*

Używając cyfr od 0 do 9, każdą co najwyżej raz (w tym przypadku można wprowadzić wartości z zerem na początku, np. 08 lub 02), wypełnij pola, aby znaleźć długości brakujących boków tak, że długość brakującego boku będzie jak największa.
[rozw.]



Zadanie 104. *(kl. 8)*

Obwód trójkąta równoramiennego wynosi 14. Długości boków tego trójkąta są liczbami całkowitymi. Oblicz pole tego trójkąta. Rozpatrz wszystkie przypadki. [rozw.]

Zadanie 105. *(kl. 8)*

Przekątne rombu wyrażone w cm są liczbami całkowitymi i jednocześnie liczbami pierwszymi. Suma przekątnych rombu wynosi 10 cm. Oblicz pole i długości boków rombu. Podaj wszystkie możliwości. [rozw.]

Zadanie 106. *(kl. 5)*

Podaj przykład wymiarów prostopadłościanu, którego objętość będzie większa od 50 cm^3 i jednocześnie mniejsza niż 100 cm^3. [rozw.]

Zadanie 107. *(kl. 5)*

W pewnym prostopadłościanie krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka są kolejnymi liczbami parzystymi. Suma wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu wynosi nie więcej niż 96 cm. Oblicz pole i objętość tego prostopadłościanu. Rozpatrz wszystkie możliwe przypadki. [rozw.]

Zadanie 108. *(kl. 5)*

W alfabecie łacińskim **jedną oś** symetrii mają litery: A, B, C, D, E, K, M, T, U, V, W, Y. **Dwie osie** symetrii mają litery: H, I, O, X, a pozostałe litery nie mają osi symetrii.

Jaki miesiąc rozbity na poszczególne litery ma największą liczbę osi symetrii? [rozw.]

Zadanie 109. *(kl. 6)*

Ułóż jak najdłuższy dowolny wyraz z drukowanych liter, które mają oś symetrii. Litery nie mogą się powtarzać. [rozw.]

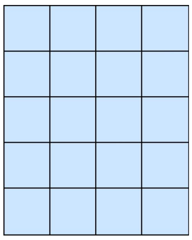
Zadanie 110. *(kl. 5)*

Jak zmierzyć średnicę monet używając dwóch ekierek i linijki?
Zmierz średnicę monet 1 gr, 2 gr, 5 gr, 10 gr, 20 gr, 50 gr, 1 zł, 2 zł i 5 zł. [rozw.]

Zadanie 111. *(kl. 4-6)*

Zbuduj przynamniej 4 różne prostokąty i 3 trójkąty, w których obwód każdej figury będzie miał 50 cm. Każdą z figur narysuj na osobnej kartce. [rozw.]

Zadanie 112. *(kl. 4-8)*



Dany jest prostokąt podzielony na 20 małych kwadracików. Chcemy rozciąć ten prostokąt wzdłuż łamanej poprowadzonej jedynie po konturze małych kwadracików na dwie figury przystające. Ile różnych kształtów otrzymamy? [rozw.]

ODPOWIEDZI

[Spis treści]

Zadanie 1. 709, 790, 907, 970

[powrót]

Zadanie 2. 805 684 375
805 684 357
805 684 107

[powrót]

Zadanie 3. $99 + 22 = 121 \qquad 90 + 61 = 151$

[powrót]

Zadanie 4. 1048.

[powrót]

Zadanie 5. Szukana liczba to 1320.

[powrót]

Zadanie 6. suma najmniejsza: $12345 + 6789$
suma największa: $1 + 23456789$

[powrót]

Zadanie 7. $\boxed{4} \cdot \left[\boxed{3}\boxed{5} - \boxed{6} - \boxed{7}\right] = 88$

[powrót]

Zadanie 8. Przykładowe rozwiązania:

1. rzut obiema kostkami = 2 i 3 oczka, czyli $2 + 3 = 5$
2. rzut obiema kostkami = 4 i 1 oczko, czyli $4 + 1 = 5$
3. rzut obiema kostkami = 6 i 5 oczek, czyli $6 + 5 = 11$
4. rzut obiema kostkami = 3 i 5 oczek, czyli $3 + 5 = 8$

Zatem mamy wg schematu podane działanie:

$$\left(\boxed{5} + \boxed{5}\right) \cdot \boxed{11} - \boxed{8} = 102$$

[powrót]

Zadanie 9. Przykładowe rozwiązanie:
$100 : 4 \cdot 2 \cdot 200 : 100 = 100$

$100 : 100 \cdot 100 \cdot 100 : 100 = 100$

[powrót]

Zadanie 10. $967 + 36 = 1003$

$987 + 36 = 1023$

$977 + 36 = 1013$

$977 + 36 = 1033$

[powrót]

Zadanie 11. Na dwa sposoby:

$1 \cdot 5 + 5 \cdot 3 = 20$

$4 \cdot 5 + 0 \cdot 3 = 20$

[powrót]

Zadanie 12. Rozwiązanie:

a) $8 \times 4 + 1 = 33$

b) $8 : 4 - 1 = 2$

[powrót]

Zadanie 13. Przykładowe rozwiązania:

$4 \times 7 \times 2 = 56$	$1 \times 28 \times 2 = 56$
$7 \times 8 \times 1 = 56$	$14 \times 1 \times 4 = 56$

[powrót]

Zadanie 14. Rozwiązanie:

$35 + 9 = 44 + 0 = 44$	$35 + 2 = 37 + 7 = 44$
$35 + 0 = 35 + 9 = 44$	$35 + 6 = 41 + 3 = 44$
$35 + 8 = 43 + 1 = 44$	$35 + 3 = 38 + 6 = 44$
$35 + 1 = 36 + 8 = 44$	$35 + 5 = 40 + 4 = 44$
$35 + 7 = 42 + 2 = 44$	$35 + 4 = 39 + 5 = 44$

[powrót]

Zadanie 15. Suma liczb na każdm z boków wynosi $21 + 28 + 48 = 97$

$48 + 19 + B = 97, \quad B = 97 - 48 - 19 = 30$

$30 + A + 21 = 97, \quad A = 97 - 30 - 21 = 46$

Odpowiedź:

Liczba $A = 46$ oraz $B = 30$, obie są liczbami parzystymi. Zatem poprawna odpowiedź to B oraz D.

[powrót]

Zadanie 16. Rozwiązanie:

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{19} & + & \boxed{4} & = & \boxed{23}\\ + & & + & & \\ \boxed{1} & + & \boxed{4} & = & \boxed{5}\\ = & & = & & \\ \boxed{20} & & \boxed{8} & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \boxed{18} & + & \boxed{5} & = & \boxed{23}\\ + & & + & & \\ \boxed{2} & + & \boxed{3} & = & \boxed{5}\\ = & & = & & \\ \boxed{20} & & \boxed{8} & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \boxed{17} & + & \boxed{6} & = & \boxed{23}\\ + & & + & & \\ \boxed{3} & + & \boxed{2} & = & \boxed{5}\\ = & & = & & \\ \boxed{20} & & \boxed{8} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{16} & + & \boxed{7} & = & \boxed{23}\\ + & & + & & \\ \boxed{4} & + & \boxed{1} & = & \boxed{5}\\ = & & = & & \\ \boxed{20} & & \boxed{8} & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \boxed{15} & + & \boxed{8} & = & \boxed{23}\\ + & & + & & \\ \boxed{5} & + & \boxed{0} & = & \boxed{5}\\ = & & = & & \\ \boxed{20} & & \boxed{8} & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \boxed{20} & + & \boxed{3} & = & \boxed{23}\\ + & & + & & \\ \boxed{0} & + & \boxed{5} & = & \boxed{5}\\ = & & = & & \\ \boxed{20} & & \boxed{8} & & \end{array}$$

[powrót]

Zadanie 17. Jeżeli w pierwszej kratce od lewej wpiszemy jakąś liczbę, to w kratce trzeciej wpiszemy jej dopełnienie do 10. Wtedy w kratkę czwartą wpisujemy dopełnienie do 10 liczby z kratki trzeciej, czyli liczbę z kratki pierwszej. Stąd w kratkę piątą należy wpisać 5. Podobnie uzasadniamy, że 5 wpisujemy w kratkę ósmą (rys.).

	5			5			5	3		

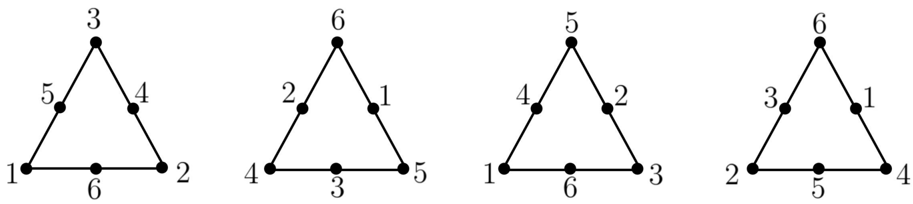
Teraz już łatwo można uzupełnić diagram, zaczynając od kratki dziesiątej.

7	5	3	7	5	3	7	5	3	7	5

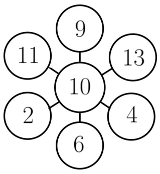
15

[powrót]

Zadanie 18. Są cztery (istotnie różne) sposoby. Pozostałe otrzymujemy z poniższych przez obroty i odbicia lustrzane (symetrie). [powrót]



Zadanie 19. W środkowym kółku musi być liczba 10.
[powrót]



Zadanie 20. Suma dowolnej trójki liczb wybranej w ten sposób jest równa 15.
[powrót]

Zadanie 21. $98 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 21 = 144$
$9 + 87 + 6 + 5 + 4 + 32 + 1 = 144$
$9 + 8 + 76 + 5 + 43 + 2 + 1 = 144$
[powrót]

Zadanie 22. $523 + 523 = 1046$
$532 + 532 = 1064$
$652 + 652 = 1304$
[powrót]

Zadanie 23. Przykładowe rozwiązanie:
$7652 + 7652 = 15304$
[powrót]

Zadanie 24. $5^3 \cdot 2 + 750 : (2^3 - 7) = 1000$
[powrót]

Zadanie 25. Przykładowe rozwiązania:

1. $735 + 324 = 1059$
   $846 + 157 = 1003$
   $905 + 467 = 1372$
   $315 + 789 = 1104$
2. $9645 - 945 = 8700$
   $1324 - 267 = 1057$
   $3876 - 921 = 2955$
   $4521 - 987 = 3534$

[powrót]

Zadanie 26. Najmniejsza wartość wynosi 110, a największa 199. Liczbę 100 można przedstawić na kilka sposobów w postaci iloczynu 100 czynników:

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1}_{99} \cdot 100 \longrightarrow \text{suma} = 199$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1}_{98} \cdot 2 \cdot 50 \longrightarrow \text{suma} = 150$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{98} \cdot 4 \cdot 25 \longrightarrow \text{suma} = 127$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{98} \cdot 10 \cdot 10 \longrightarrow \text{suma} = 118$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{98} \cdot 5 \cdot 20 \longrightarrow \text{suma} = 123$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{97} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25 \longrightarrow \text{suma} = 126$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{97} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10 \longrightarrow \text{suma} = 114$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{97} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \longrightarrow \text{suma} = 111$

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{96} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \longrightarrow \text{suma} = 110$

[powrót]

Zadanie 27. Przykładowe rozwiązanie:

Rozważmy wszystkie możliwe ustawienia nawiasów:

$(100 - 20) \cdot 3 + 2 = 242$

$100 - 20 \cdot (3 + 2) = 0$

$(100 - 20) \cdot (3 + 2) = 400$

$100 - (20 \cdot 3 + 2) = 38$

Oznacza to, że:

a) $100 - 20 \cdot (3 + 2) = 0$ b) $(100 - 20) \cdot (3 + 2) = 400$

[powrót]

Zadanie 28. Przykładowe rozwiązania:

$0 = (5 : 5 - 5 : 5) \cdot 5$,

$1 = (5 - 5) \cdot 5 + 5 : 5$,

$2 = (5 + 5) : 5 + 5 - 5$,

$3 = (5 + 5) : 5 + 5 : 5$,

$4 = 5 - (5 : 5) \cdot (5 : 5)$,

$5 = 5 - 5 + 5 - 5 + 5$,

$6 = 5 + (5 : 5) \cdot (5 : 5)$,

$7 = 5 + 5 : 5 + 5 : 5$,

$8 = (5 + 5 + 5) : 5 + 5,$
$9 = 5 + (5 \cdot 5 - 5) : 5,$
$10 = 5 \cdot 5 - 5 - 5 - 5$
[powrót]

Zadanie 29. Przykładowe rozwiązania:
$0 = 6 - 6 \cdot 6 : 6,$
$5 = (6 \cdot 6 - 6) : 6,$
$6 = 6 + (6 - 6) : 6,$
$8 = (6 + 6) : 6 + 6,$
$12 = ((6 + 6) \cdot 6) : 6,$
$13 = 6 + 6 + 6 : 6,$
$36 = (6 \cdot 6) : (6 : 6),$
$42 = (6 + 6 : 6) \cdot 6,$
$48 = 6 \cdot 6 + 6 + 6,$
$108 = (6 + 6 + 6) \cdot 6,$
$180 = (6 \cdot 6 - 6) \cdot 6$
[powrót]

Zadanie 30. Rozwiązanie przykładowe:
$(2 + 0 + 2) : 4 = 1$
$2 + 0 + 2 \cdot 4 = 10$
$2 \cdot 0 + 2 + 4 = 6$
$2 \cdot 0 + 2 \cdot 4 = 8$
$(2 + 0 - 2) \cdot 4 = 0$
$(2 + 0) \cdot 2 \cdot 4 = 16$ lub $(2 + 0 + 2) \cdot 4 = 16$ - największe wyniki
[powrót]

Zadanie 31. a) $(5 \cdot 8) + (40 : 10) = 44$
b) $78 - (60 : 2 + 4) = 44$
c) $6 \cdot (5 + 30 : 10) = 48$
d) $(52 : 4 + 3) \cdot 3 = 48$
[powrót]

Zadanie 32. Rozwiązanie przykładowe:
Liczby te, to: 4, 6, 8, 9, 10

$9 \cdot 10 + 8 - \frac{4}{6}$
[powrót]

Zadanie 33. Rozwiązanie przykładowe:
Możliwy sposób: $12, 36, 78, 64, 32$
$12 + 36 + 78 + 64 + 32 = 10 + 2 + 30 + 6 + 70 + 8 + 60 + 4 + 30 + 2 = 200 + 22 = 222$
Odpowiedź: Wynik jest liczbą parzystą.
[powrót]

Zadanie 34. **Sposób I**
Napełniamy naczynie 5-litrowe do pełna. Przelewamy z naczynia 5-litrowego do naczynia 3-litrowego tak, że w 5-litrowym zostaje nam dokładnie 2 litry. Wylewamy wodę z naczynia 3-litrowego. 2 litry będące w naczyniu 5-litrowym przelewamy do naczynia 3-litrowego. Do naczynia 5-litrowego nalewamy pełno wody i przelwamy ile się da wody do naczynia 3-litrowego - a da się 1 litr, czyli w naczyniu 5-litrowym zostaje 4 litry wody.
Sposób II
Nalewamy 3 litry do naczynia 3-litrowego. Przelewamy całośc do naczynia 5-litrowego. Znowu napełniamy naczynie 3-litrowe. Przelewamy ile się da do naczynia 5-litrowego. Da się 2 litry więc w 3 litrowym zostanie litr a 5-litrowy jest pełny. Opróżniamy 5-litrowy, przelewamy litr z naczynia 3-litrowego do naczynia 5-litrowego. Nalewamy naczynie 3-litrowe do pełna i przelewamy do naczynia 5-litrowego (gdzie jest litr). Otrzymujemy 4 litry.
[powrót]

Zadanie 35. Łatwo obliczyć, że łączna waga odważników wynosi 78 g. Rozważmy poszczególne przypadki:

a) Jeżeli odejmujemy odważnik o ciężarze 10 g, to pozostałe odważniki ważą 68 g. Wystarczy więc znaleźć odważniki ważące 68 g : $2 = 34$ g. Taki warunek spełniają np. odważniki 12 g, 11 g, 9 g, 2 g. Pozostałe ważą o 10 g więcej. Podział jest więc następujący: odważniki 12 g, 11 g, 9 g, 2 g ważą 34 g, a odważniki 1 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g, 10 g ważą 44 g.

b) Podział jest niemożliwy, bo $78 - 17 = 61$, a liczba ta nie jest podzielna przez 2.
[powrót]

Zadanie 36. a) Na jedną szalkę kładziemy odważniki 1 g i 27 g. Na drugą szalkę kładziemy

odważnik o ciężarze 3 g i wsypujemy do torebki substancję tak długo, aż uzyskamy równowagę. Oczywiście sama substancja waży 25 g.
b) Tym razem na jedną szalkę kładziemy 27 g, a na drugą 1 g i 9 g. W tym przypadku waga substancji, którą dosypujemy równa jest 17 g.
[powrót]

Zadanie 37. W godzinach $0^{00} - 1^{00}$ oraz $1^{00} - 2^{00}$ wskazówki tworzą dwukrotnie kąt prosty. Podobnie jest w godzinach $2^{00} - 3^{00}$, przy czym po raz drugi wskazówki są prostopadłe dokładnie o godzinie 3^{00}, więc pomiędzy godzinami $3^{00} - 4^{00}$ tylko raz wskazówka minutowa jest prostopadła do wskazówki godzinowej.
Podobna sytuacja jest pomiędzy godzinami $9^{00} - 10^{00}$, gdzie tylko raz wskazówka minutowa jest prostopadła do wskazówki godzinowej.

W ciągu 12 godzin wskazówka minutowa i godzinowa tworzą kąt prosty 22-krotnie, w ciągu doby sytuacja ta zdarza się 44 razy.
[powrót]

Zadanie 38. Godziny:
$365 \cdot 24 = 8760$
$366 \cdot 24 = 8784$ (rok przestępny)

Minuty:
$8760 \cdot 60 = 525600$
$8784 \cdot 60 = 527040$ (rok przestępny)

Sekundy:
$525600 \cdot 60 = 31536000$
$527040 \cdot 60 = 31622400$ (rok przestępny)
[powrót]

Zadanie 39. Przykładowe rozwiązania:
Działanie dla osoby urodzonej np. 28 września 2010 roku.
$28 + 9 + 2010 = 2047$
$2047 : 2 = 1023,5$.
Działanie dla osoby urodzonej np. 19 lipca 1990 roku.
$19 + 7 + 1990 = 2016$
$2016 : 2 = 1008$.
Działanie dla osoby urodzonej 29 listopada 2012 roku.
$29 + 11 + 2012 = 2052$

$2052 : 2 = 1026.$
[powrót]

Zadanie 40. Przykładowe rozwiązanie:
1. Wysokość: 160 cm
Długość stopy: 25 cm
Długość ręki: 44 cm

$$\frac{25}{160} \cdot 100\% = \frac{2500}{160}\% = \frac{250}{16}\% = 15,625\%$$
$$\frac{44}{160} \cdot 100\% = \frac{4400}{160}\% = \frac{440}{16}\% = 27,5\%$$

Odp. Moja stopa stanowi $15,625\%$ mojej wysokości, a ręka - $27,5\%$ mojej wysokości.

2. Wysokość: 148 cm
Długość stopy: 22 cm
Długość ręki: 37cm

$$\frac{22}{147} \cdot 100\% = \frac{2200}{147}\% \approx 14,97\%$$
$$\frac{37}{147} \cdot 100\% = \frac{3700}{147}\% \approx 25,17\%$$

Odp. Moja stopa stanowi $14,97\%$ mojej wysokości, a ręka - $25,17\%$ mojej wysokości.
[powrót]

II DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH

Zadanie 41. Przykładowe rozwiązanie:
$1 \cdot (2+3) \cdot 4 \cdot 5 \cdot (-6+7) \cdot (-8+9) = 100$
[powrót]

Zadanie 42. Przykładowe rozwiązanie:
Np. $-4 + 19 = 15$
$-2 + 17 = 15$
$-8 + 23 = 15$
$-14 + 29 = 15$
$-16 + 31 = 15$
$-22 + 37 = 15$
itd.

[powrót]

Zadanie 43. To zadanie ma wiele rozwiązań, np.:

a)
$$\begin{aligned} 10+(-28) &= -18\\ (-43)+25 &= -18\\ 28+(-46) &= -18\\ 20+(-38) &= -18\\ (-20)+2 &= -18 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} (-15)+(-3) &= -18\\ (-10)+(-8) &= -18\\ (-9)+(-9) &= -18\\ (-17)+(-1) &= -18\\ (-12)+(-6) &= -18 \end{aligned}$$

[powrót]

Zadanie 44. Rozwiązanie:

Liczby całkowite ujemne, to: $-1, -2, -3, -4, \ldots$

Sprawdzam:

dla $x=0$, $\frac{12}{0-3}=\frac{12}{-3}=-4$

dla $x=1$, $\frac{12}{1-3}=\frac{12}{-2}=-6$

dla $x=2$, $\frac{12}{2-3}=\frac{12}{-1}=-12$

dla $x=-1$, $\frac{12}{-1-3}=\frac{12}{-4}=-3$

dla $x=-3$, $\frac{12}{-3-3}=\frac{12}{-6}=-2$

dla $x=-9$, $\frac{12}{-9-3}=\frac{12}{-12}=-1$

Odpowiedź: -9, -3, -1, 0, 1, 2.

[powrót]

III PODZIELNOŚĆ LICZB

Zadanie 45. Rozwiązania przykładowe:

a) 9715062
9735564

b) 9705960
9765468

c) 9745360
9725560

[powrót]

Zadanie 46. Rozwiązanie przykładowe:

a) 572, 752, 552, 772, 252, 272, 522, 722, 222

b) 275, 725, 755, 555, 225, 775, 525, 575, 255

[powrót]

Zadanie 47. Dzielniki liczby 4 to: $1, 2, 4$.
Suma dzielników mniejszych od 4 wynosi $1 + 2 = 3$, a to nie jest równe 4.
Dzielniki liczby 6 to: $1, 2, 3, 6$.
Suma dzielników mniejszych od 6 wynosi $1+2+3 = 6$. Liczba 6 jest liczbą doskonałą.
Dzielniki liczby 12 to: $1, 2, 3, 4, 6, 12$.
Suma dzielników mniejszych od 12 wynosi $1+2+3+4+6 = 16$, a to nie jest równe 12.
Dzielniki liczby 28 to: $1, 2, 4, 7, 14, 28$.
Suma dzielników mniejszych od 28 wynosi $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$. Liczba 28 jest liczbą doskonałą.
Odpowiedź:
Liczba 6 oraz 28 to liczby doskonałe. Zatem poprawna odpowiedź to B i D.

[powrót]

Zadanie 48. Rozwiązania przykładowe:

1002	2001	3021	4005	5004	9003
1200	2100	3210	4500	5400	9033
1041	2931	3549	4305	5520	9201
1104	2913	3450	4350	5205	9210
1401	2040	3945	4359	5052	9330
1410	2004	3945	4539	5025	9303

itd.

[powrót]

Zadanie 49. Rozwiązanie przykładowe:

Np. 357, 723, 333, 777

[powrót]

Zadanie 50. Rozwiązania przykładowe:

Np. $60 - 18 = 42$

$66 - 24 = 42$

[powrót]

Zadanie 51. Szukane liczby to: $60, 72, 84, 90, 96$

[powrót]

Zadanie 52. Przykładowe rozwiązania:

54 i 90, 18 i 72

[powrót]

Zadanie 53. Liczba parzysta podzielna przez 25 musi mieć jako ostatnie cyfry 5 i 0 lub dwa zera. Liczbą mającą sumę cyfr równą 16 i jednocześnie podzielną przez 25 jest np.: 9700, 7900, 8800, 7450, 4750, 6550, 5650, 9250, 2950, 3850, 8350.

[powrót]

Zadanie 54. Dwucyfrowe wielokrotności liczby 6, to: 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96.

$12-1=11$
$18-1=17$
$24-1=23$
$30-1=29$
$36-1=35, \quad 35:5=7$
$42-1=41$
$48-1=47$
$54-1=53$
$60-1=59$
$66-1=65, \quad 65:5=13$

$72-1=71$
$78-1=77$
$84-1-83$
$90-1-89$
$96-1=95, \quad 95:5=19$

Odpowiedź: Te liczby to: $7, 13, 19$.

[powrót]

Zadanie 55. Rozwiązania przykładowe:
$19, 5, 11$
$2, 3, 5$
$2, 5, 43$
$5, 71, 79$
$5, 17, 83$

[powrót]

Zadanie 56. $1+2+4+7+14=28$
$1+2+4+8+16+31+62+124+248=496$.

[powrót]

Zadanie 57. Rozwiązania

a) **14** bo $14:4=3$ r. 2;
18 bo $18:4=4$ r. 2;
22 bo $22:4=5$ r. 2;
102 bo $102:4=25$ r. 2;

b) **11** bo $1+1=2$, liczba 11 nie dzieli się przez 2;
35 bo $3+5=8$, liczba 35 nie dzieli się przez 2;
91 bo $9+1=10$, liczba 91 nie dzieli się przez 2;

c) **349** bo $3+4+9=16$, 16 nie dzieli się przez 3, zatem liczba 349 nie jest podzielna przez 3;
256 bo $2+5+6=13$, 13 nie dzieli się przez 3, zatem liczba 256 nie jest podzielna przez 3;
143 bo $1+4+3=8$, 8 nie dzieli się przez 3, zatem liczba 143 nie jest podzielna przez 3;

d) Aby dana liczba była wielokrotnością liczby 10, jej ostatnią cyfrą musi być 0.
433, mimo, że $4+3+3=10$, to na końcu liczby 433 nie wystepuje 0.
9218, mimo, że $9+2+1+8=20$, to na końcu liczby 9218 nie występuje 0.
[powrót]

Zadanie 58. 13, 23, 31, 41, 43.
[powrót]

Zadanie 59. 37
[powrót]

Zadanie 60. Rozwiązania:

2,	41,	53,	67,	89	5,	23,	41,	67,	89
2,	41,	59,	67,	83	5,	23,	47,	61,	89
2,	47,	53,	61,	89	5,	29,	41,	67,	83
2,	47,	59,	61,	83	5,	29,	47,	61,	83

[powrót]

IV ILE JEST MOŻLIWOŚCI?

Zadanie 61. 0246, 2468, 8642, 6420.
[powrót]

Zadanie 62. Przykładowe rozwiązania:
1. sposób: 16 kubeczków pełnych i 4 kubeczki puste
2. sposób: 8 kubeczków pełnych, 4 kubeczki po 200 ml, 8 kubeczków po 150 ml
3. sposób: 20 kubeczków po 200 ml
4. sposób: 10 kubeczków po 250 ml i 10 kubeczków po 150 ml
5. sposób: 8 kubeczków po 250 ml, 8 kubeczków po 200 ml, 4 kubeczki po 100 ml.

[powrót]

Zadanie 63. Przykładowe rozwiązania:

1) 1zł ×11, 2zł ×2, 5zł
2) 2zł ×5, 5zł ×2,
3) 1zł ×1, 2zł ×2, 5zł ×3,
4) 1zł ×5, 5zł ×1, 10zł ×1,
5) 2zł ×5, 10zł ×1, itd.

[powrót]

Zadanie 64. Rozwiązania:

1. $N - 0$ $O - 8$
2. $N - 3$ $O - 6$
3. $N - 6$ $O - 4$
4. $N - 9$ $O - 2$
5. $N - 12$ $O - 0$

[powrót]

Zadanie 65. Rozwiązania:

1.	BNCZ	9.	NCBZ	17.	CZBN
2.	BNZC	10.	NCZB	18.	CZNB
3.	BCZN	11.	NZBC	19.	ZBNC
4.	BCNZ	12.	NZCB	20.	ZBCN
5.	BZNC	13.	CBNZ	21.	ZNBC
6.	BZCN	14.	CBZN	22.	ZNCB
7.	NBCZ	15.	CNBZ	23.	ZCBN
8.	NBZC	16.	CNZB	24.	ZCNB

[powrót]

Zadanie 66. Liczbę 20 można przedstawić w zadanej własności na 6 sposobów. W prosty, ale uporządkowany sposób można wypisać wszystkie te możliwości:

a) $10, 10$
b) $10, 5, 5$
c) $10, 2, 2, 2, 2, 2$
d) $5, 5, 5, 5$
e) $5, 5, 2, 2, 2, 2, 2$
f) $2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2$

[powrót]

Zadanie 67. Rozwiązania:

2 zł,	20 gr,	20 gr							
2 zł,	20 gr,	10 gr,	10 gr						
1 zł,	1 zł,	20 gr,	20 gr						
1 zł,	50 gr,	50 gr,	20 gr,	20 gr					
1 zł,	50 gr,	50 gr,	20 gr,	10 gr,	10 gr				
1 zł,	50 gr,	20 gr,	20 gr,	20 gr,	20 gr,	10 gr			
1 zł,	50 gr,	20 gr,	20 gr,	10 gr,	10 gr,	10 gr,	10 gr,	10 gr	
1 zł,	1 zł,	20 gr,	10 gr,	10 gr					
50 gr,	50 gr,	50 gr,	50 gr,	20 gr,	20 gr				
50 gr,	50 gr,	50 gr,	50 gr,	20 gr,	10 gr,	10 gr			
50 gr,	50 gr,	50 gr,	20 gr,	20 gr,	20 gr,	20 gr,	10 gr		
50 gr,	50 gr,	50 gr,	20 gr,	20 gr,	10 gr,	10 gr,	10 gr,	10 gr,	10 gr

[powrót]

Zadanie 68. Jest możliwych osiem takich rozmieszczeń. Pierwszy pionek można rozmieścić w pierwszej kolumnie na dwa sposoby. Drugi pionek w drugiej kolumnie, po umieszczeniu pierwszego, można też rozmieścić na dwa sposoby. Podobnie trzeci pionek w trzeciej kolumnie, po umieszczeniu pierwszego i drugiego, też można rozmieścić na dwa sposoby. Łączna liczba sposobów jest równa $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

[powrót]

Zadanie 69. Istnieje 15 takich liczb:

21673	15673	19673
41673	25673	19673
51673	45673	59673
81673	85673	19673
91673	95673	89673

[powrót]

V DZIAŁANIA PISEMNE

Zadanie 70. Rozwiązania:

$111 \times 2 = 222$ najmniejszy
$222 \times 2 = 444$ największy
$122 \times 2 = 244$
$112 \times 2 = 224$
$211 \times 2 = 422$
$221 \times 2 = 442$
$121 \times 2 = 242$
$212 \times 2 = 424$

[powrót]

Zadanie 71. Rozwiązania przykładowe:

$189 \times 3 = 567$
$052 \times 9 = 468$
$162 \times 3 = 486$
$168 \times 3 = 504$

[powrót]

Zadanie 72. Rozwiązania przykładowe:

$$\begin{array}{rrrr} & 1 & 2 & 9 \\ + & 9 & 8 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 1 & 8 & 9 \\ + & 9 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 1 & 3 & 9 \\ + & 9 & 7 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 1 & 7 & 9 \\ + & 9 & 3 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 1 & 4 & 9 \\ + & 9 & 6 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 1 & 6 & 9 \\ + & 9 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

[powrót]

Zadanie 73. Rozwiązanie

a) $$\begin{array}{rrrr} & 6 & 3 & 2 \\ - & 2 & 6 & 6 \\ \hline & 3 & 6 & 6 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{rrrr} & 7 & 5 & 1 \\ - & 1 & 7 & 7 \\ \hline & 5 & 7 & 4 \end{array}$$

[powrót]

Zadanie 74. Rozwiązanie:

a)
$$\begin{array}{cccccc} & & & 3 & 7 & 4 \\ & & \cdot & & 4 & 7 \\ \hline & & 2 & 6 & 1 & 8 \\ + & 1 & 4 & 9 & 6 & \\ \hline & 1 & 7 & 5 & 7 & 8 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ccccc} & & 2 & 5 & 2 \\ & \cdot & & 2 & 5 \\ \hline & 1 & 2 & 6 & 0 \\ + & 5 & 0 & 4 & \\ \hline & 6 & 3 & 0 & 0 \end{array}$$

[powrót]

Zadanie 75. Rozwiązanie:

a)
$$\begin{array}{l} 2\,4\,4 \\ \hline 1\,5\,6\,1\,6 : 64 \\ \underline{-1\,2\,8} \\ =2\,8\,1 \\ \underline{-2\,5\,6} \\ =2\,5\,6 \\ \underline{-2\,5\,6} \\ =\,=\,= \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 1\,2\,1 \\ \hline 6\,2\,9\,2 : 5\,2 \\ \underline{-\,5\,2} \\ 1\,0\,9 \\ \underline{-1\,0\,4} \\ =5\,2 \\ \underline{-\,5\,2} \\ =\,= \end{array}$$

[powrót]

Zadanie 76. Rozwiązanie:

$$\begin{array}{cccccc} & \boxed{6} & \boxed{0} & \boxed{9} & \boxed{7} & \boxed{3} \\ + & \boxed{1} & \boxed{5} & \boxed{4} & \boxed{8} & \boxed{2} \\ \hline & 7 & 6 & 4 & 5 & 5 \end{array}$$

[powrót]

VI POTĘGI I PIERWIASTKI

Zadanie 77. 2^{222}

$2^{22^2} = 2^{484}$, bo $22^2 = 484$

$2^{2^{22}} = 2^{4194304}$ albo można przyjąć, że $2^{10} = 1024$, a $2^{1024} > 2^{484}$ (największa liczba)

$2^{2^{2^2}} = 2^{16}$ (najmniejsza liczba)

[powrót]

Zadanie 78. Rozwiązania przykładowe:

$\sqrt{16} = 4$ i $7 < \sqrt{52} < 8$
$\sqrt{16} = 4$ i $7 < \sqrt{53} < 8$
$\sqrt{16} = 4$ i $7 < \sqrt{59} < 8$
$\sqrt{49} = 7$ i $5 < \sqrt{28} < 6$
$\sqrt{49} = 7$ i $5 < \sqrt{31} < 6$
$\sqrt{49} = 7$ i $5 < \sqrt{32} < 6$
$\sqrt{81} = 9$ i $4 < \sqrt{23} < 5$
$\sqrt{81} = 9$ i $5 < \sqrt{27} < 6$
$\sqrt{81} = 9$ i $5 < \sqrt{32} < 6$
$\sqrt{81} = 9$ i $6 < \sqrt{42} < 7$
$\sqrt{81} = 9$ i $6 < \sqrt{45} < 7$

[powrót]

VII SYSTEM RZYMSKI

Zadanie 79. MCMXCIX - 1999

[powrót]

Zadanie 80.
a) LXXXVIII 88
b) CCCXCVII 397
c) MMMDXII lub MMCDXII 3512 lub 2412
d) DLXXIII 573
e) MMMCDLXVIII 3468

[powrót]

VIII UŁAMKI ZWYKŁE

Zadanie 81. Rozwiązanie przykładowe:

$$2\frac{\boxed{3}}{10} + 2\frac{\boxed{5}}{10} < 5$$

[powrót]

Zadanie 82. $\frac{195}{199}$, $\frac{196}{199}$, $\frac{197}{199}$, $\frac{198}{199}$.

[powrót]

Zadanie 83. Rozwiązania:

$\frac{26}{8} = 3\frac{1}{4}$, $\frac{45}{6} = 7\frac{1}{2}$, $\frac{57}{6} = 9\frac{1}{2}$, $\frac{60}{8} = 7\frac{1}{2}$, $\frac{15}{4} = 3\frac{6}{8}$

$\frac{30}{4} = 7\frac{1}{2}$, $\frac{48}{9} = 5\frac{1}{3}$, $\frac{57}{9} = 6\frac{1}{3}$, $\frac{62}{8} = 7\frac{3}{4}$, $\frac{17}{3} = 5\frac{4}{6}$

$\frac{36}{8} = 4\frac{1}{2}$, $\frac{50}{6} = 8\frac{1}{3}$, $\frac{31}{4} = 7\frac{6}{8}$, $\frac{75}{9} = 8\frac{1}{3}$, $\frac{17}{3} = 5\frac{6}{9}$

$\frac{38}{4} = 9\frac{1}{2}$, $\frac{50}{8} = 6\frac{1}{4}$, $\frac{58}{6} = 9\frac{2}{3}$, $\frac{76}{8} = 9\frac{1}{2}$, $\frac{23}{4} = 5\frac{6}{8}$

[powrót]

Zadanie 84. To zadanie ma wiele rozwiązań, np.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{8}{24} + \frac{3}{24} + \frac{2}{24} + \frac{1}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

[powrót]

Zadanie 85. Rozwiązanie przykładowe:

$\frac{3}{5} : \frac{8}{9} = \frac{27}{40}$ $\frac{7}{5} : \frac{8}{3} = \frac{21}{40}$ $\frac{8}{1} : \frac{6}{3} = \frac{45}{90}$

[powrót]

Zadanie 86. Rozwiązanie:

a) $\left(\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) = 1$

b) $\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$

c) $\left(\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) = 3$

d) $\left(\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{2} = 4$

[powrót]

IX UŁAMKI DZIESIĘTNE

Zadanie 87. Rozwiązania przykładowe:

$0,81 + 0,18 = 0,99$

$0,85 + 0,14 = 0,99$

$0,80 + 0,17 = 0,97$

$0,84 + 0,11 = 0,95$

$0,80 + 0,11 = 0,91$

$0,80 + 0,10 = 0,90$

$0,80 + 0,01 = 0,81$

[powrót]

Zadanie 88. Rozwiązanie:

$8{,}2 + 1{,}3 + 0{,}49 = 9{,}99$ $8{,}2 + 1{,}4 + 0{,}29 = 9{,}89$

$8{,}3 + 1{,}2 + 0{,}49 = 9{,}99$ $8{,}3 + 1{,}4 + 0{,}29 = 9{,}99$

[powrót]

Zadanie 89. Rozwiązanie przykładowe:

a) $0,11 \boxed{\cdot} 10 = 1,1$

b) $11,0 \boxed{:} 10 = 1,1$

c) $1,21 \boxed{:} 1,1 = 1,1$

d) $1,21 \boxed{-} 0,11 = 1,1$

[powrót]

Zadanie 90. Rozwiązanie przykładowe:

$324,02 - 149,236 = 174,784$

[powrót]

Zadanie 91. To zadanie ma wiele rozwiązań, np.:

$111,041$ $111,042$ $111,043$ $111,044$ $111,045$ $111,046$ $111,0441$ $111,0411$ itd.

[powrót]

Zadanie 92. Rozwiązanie:]

a) $(2,3),\ (3,2)$ b) $(0,0),\ (4,2),\ (3,3)$

[powrót]

X GEOMETRIA

Zadanie 93. Rozwiązania przykładowe:

40°, 55°, 85°
44°, 66°, 70°
84°, 44°, 52°
40°, 60°, 80°
72°, 48°, 60°

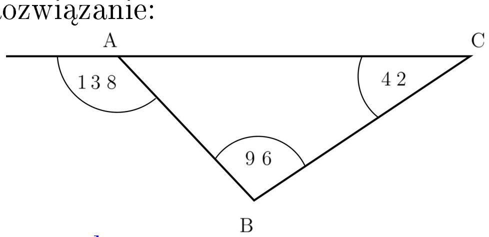
[powrót]

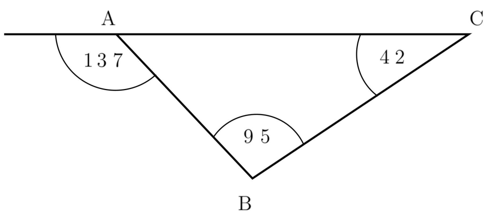
Zadanie 94. Rozwiązanie:

Np. 21°, 72°, 87°
17°, 74°, 89°
41°, 62°, 77°
41°, 56°, 83°

[powrót]

Zadanie 95. Rozwiązanie:





[powrót]

Zadanie 96. Rozwiązanie:

Długość boku	Obwód kwadratu	Pole kwadratu
1 cm	$1 \cdot 4 = 4$ cm	$1 \cdot 1 = 1$ cm^2
2 cm	$2 \cdot 4 = 8$ cm	$2 \cdot 2 = 4$ cm^2
3 cm	$3 \cdot 4 = 12$ cm	$3 \cdot 3 = 9$ cm^2
4 cm	$4 \cdot 4 = 16$ cm	$4 \cdot 4 = 16$ cm^2
5 cm	$5 \cdot 4 = 20$ cm	$5 \cdot 5 = 25$ cm^2
6 cm	$6 \cdot 4 = 24$ cm	$6 \cdot 6 = 36$ cm^2
7 cm	$7 \cdot 4 = 28$ cm	$7 \cdot 7 = 49$ cm^2
8 cm	$8 \cdot 4 = 32$ cm	$8 \cdot 8 = 64$ cm^2
9 cm	$9 \cdot 4 = 36$ cm	$9 \cdot 9 = 81$ cm^2

Warunki zadania spełnione są dla boku długości 4 cm i wynoszą: obwód = 16 cm

oraz pole = 16 cm^2
[powrót]

Zadanie 97. Rozwiązanie:

Kwadrat: $a = 8$ cm Obwód $= 4 \cdot 8 = 32$ cm

Prostokąt:

I. $a = 1$ cm, $b = 15$ cm
II. $a = 2$ cm, $b = 14$ cm
III. $a = 3$ cm, $b = 13$ cm
IV. $a = 4$ cm, $b = 12$ cm
V. $a = 5$ cm, $b = 11$ cm
VI. $a = 6$ cm, $b = 10$ cm
VII. $a = 7$ cm, $b = 9$ cm

[powrót]

Zadanie 98. Rozwiązanie:

I. $a = 1, b = 11$ $P = 11$ cm^2;
II. $a = 2, b = 10,$ $P = 20$ cm^2;
III. $a = 3, b = 9,$ $P = 27$ cm^2;
IV. $a = 4, b = 8,$ $P = 32$ cm^2;
V. $a = 5, b = 7,$ $P = 35$ cm^2;
VI. $a = 6, b = 6,$ $P = 36$ cm^2;

Odpowiedź: Największe pole tego prostokąta to 36 cm^2, jego boki mają długości: $a = 6$, $b = 6$.

[powrót]

Zadanie 99. Rozwiązanie:

kwadrat $a = 6\ cm$

prostokąt, np. $a = 4\ cm$ $b = 9\ cm$
$a = 3\ cm$ $b = 12\ cm$
$a = 2\ cm$ $b = 18\ cm$

trójkąt, np. $a = 12\ cm$ $h = 6\ cm$
$a = 9\ cm$ $h = 8\ cm$
$a = 6\ cm$ $h = 12\ cm$
$a = 18\ cm$ $h = 4\ cm$

romb	$d_1 = 6\ cm$	$d_2 = 12\ cm$

równoległobok	$b = 4\ cm$	$h = 9\ cm$
	$b = 6\ cm$	$h = 6\ cm$
	$b = 9\ cm$	$h = 4\ cm$
	$b = 18\ cm$	$h = 2\ cm$
	$b = 36\ cm$	$h = 1\ cm$

trapez	$a = 6\ cm$	$b = 12\ cm$	$h = 3\ cm$
	$a = 12\ cm$	$b = 6\ cm$	$h = 3\ cm$
	$a = 9\ cm$	$b = 9\ cm$	$h = 4\ cm$
	$a = 4\ cm$	$b = 16\ cm$	$h = 2\ cm$
	$a = 8\ cm$	$b = 10\ cm$	$h = 4\ cm$
	$a = 10\ cm$	$b = 8\ cm$	$h = 4\ cm$

[powrót]

Zadanie 100. Rozwiązanie:

wysokość 3, podstawa 8, pole 12
wysokość 4, podstawa 6, pole 12
wysokość 4, podstawa 8, pole 16
wysokość 4, podstawa 9, pole 18
wysokość 6, podstawa 7, pole 21
wysokość 6, podstawa 8, pole 24
wysokość 6, podstawa 9, pole 27
wysokość 8, podstawa 9, pole 36

[powrót]

Zadanie 101. Przykładowy sposób: Rysujemy trójkąt prostokątny, którego pole wynosi 24.
Pole prawego górnego trójkąta wynosi 6.
Pole prawego dolnego trójkąta wynosi 12.
Zatem pole czworokąta wynosi $24 - 6 - 12 = 6$

[powrót]

Zadanie 102. $16\sqrt{3} =$ dwie wysokości trójkąta równobocznego o boku a.
$2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$, zatem $a = 16$ cm.
Pole sześciokąta foremnego równa się sumie sześciu pól trójkątów równobocznych,

zatem
$6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{16 \cdot 16\sqrt{3}}{4} = 384\sqrt{3}$ (cm^2).
Inny sposób: obliczamy a dzieląc sześciokąt na 12 trójkątów o kątach $30°, 60°, 90°$.
Obliczamy pole sześciokąta $P = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$.
[powrót]

Zadanie 103. Rozwiązanie:
$4, \quad \sqrt{84}, \quad 10$
$4, \quad \sqrt{65}, \quad 09$
[powrót]

Zadanie 104. Przykładowe rozwiązanie:
przypadek 1 - boki trójkąta $4, 4, 6$
$h^2 = 4^2 - 3^2$
$h = \sqrt{7}$
$P = \frac{6\sqrt{7}}{2} = 3\sqrt{7}$

przypadek 2 - boki trójkąta $5, 5, 4$
$h^2 = 5^2 - 2^2$
$h = \sqrt{21}$
$P = \frac{4\sqrt{21}}{2} = 2\sqrt{21}$

przypadek 3 - boki trójkąta $6, 6, 2$
$h^2 = 6^2 - 1^2$
$h = \sqrt{35}$
$P = \frac{2\sqrt{35}}{2} = \sqrt{35}$
[powrót]

Zadanie 105. Przykładowe rozwiązanie:

- przypadek 1: $e = 5$ cm, $f = 5$ cm $\qquad P = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$ cm^2
  Boki rombu: $a^2 = 2,5^2 + 2,5^2$
  $a = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm.
- przypadek 2: $e = 3$ cm, $f = 7$ cm $\qquad P = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$ cm^2
  Boki rombu: $a^2 = 1,5^2 + 3,5^2$
  $a = \sqrt{\frac{29}{2}}$ cm.

[powrót]

Zadanie 106. Rozwiązanie przykładowe:

$$2\text{ cm}, 3\text{ cm}, 10\text{ cm} \qquad 2,5\text{ cm}, 10\text{ cm}, 3\text{ cm} \qquad 1,2\text{ cm}, 5\text{ cm}, 12\text{ cm}$$

[powrót]

Zadanie 107. Rozwiązanie przykładowe:

- przypadek 1:
  krawędzie $2\text{ cm}, 4\text{ cm}, 6\text{ cm}$
  $(2\text{ cm} + 4\text{ cm} + 6\text{ cm}) \cdot 4 = 48$
  $48\text{ cm} \leqslant 96\text{ cm}$
  Objętość $V = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48\text{ cm}^3$
  Pole $P = 2 \cdot (2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 6) = 88\text{ cm}^2$.
- przypadek 2:
  krawędzie $4\text{ cm}, 6\text{ cm}, 8\text{ cm}$
  $(4\text{ cm} + 6\text{ cm} + 8\text{ cm}) \cdot 4 = 72$
  $72\text{ cm} \leqslant 96\text{ cm}$
  Objętość $V = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192\text{ cm}^3$
  Pole $P = 2 \cdot (4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 6 \cdot 8) = 208\text{ cm}^2$.
- przypadek 3:
  krawędzie $6\text{ cm}, 8\text{ cm}, 10\text{ cm}$
  $(6\text{ cm} + 8\text{ cm} + 10\text{ cm}) \cdot 4 = 96$
  $96\text{ cm} \leqslant 96\text{ cm}$
  Objętość $V = 6 \cdot 8 \cdot 10 = 480\text{ cm}^3$
  Pole $P = 2 \cdot (6 \cdot 8 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot 10) = 376\text{ cm}^2$.

[powrót]

Zadanie 108. KWIECIEŃ - 9

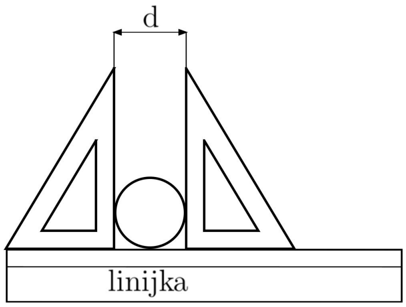
[powrót]

Zadanie 109. Przykładowe rozwiązanie:
KOBIETA

[powrót]

Zadanie 110. Rozwiązanie:

Nominał	Średnica
1 grosz	$15,5$ mm
2 grosze	$17,5$ mm
5 groszy	$19,5$ mm
10 groszy	$16,5$ mm
20 groszy	$18,5$ mm
50 groszy	$20,5$ mm
1 złoty	23 mm
2 złote	$21,5$ mm
5 złotych	24 mm



[powrót]

Zadanie 111. Przykładowe rozwiązanie:

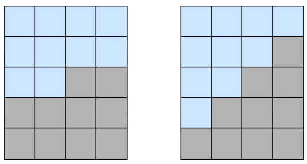
1. prostokąt - boki długości 10 cm i 15 cm
2. prostokąt - boki długości 20 cm i 5 cm
3. prostokąt - boki długości 8 cm i 17 cm
4. prostokąt - boki długości $12,5$ cm każdy
5. prostokąt - boki długości 4 cm i 21 cm
6. prostokąt - boki długości 14 cm i 11 cm

1. trójkąt - boki długości 10 cm, 20 cm, 20 cm
2. trójkąt - boki długości 15 cm, 17 cm, 18 cm
3. trójkąt - boki długości 15 cm, 15 cm, 20 cm
4. trójkąt - boki długości 13 cm, 20 cm, 17 cm.

[powrót]

Zadanie 112. Jest ich 20. Obok przedstawiono dwa przykłady.

[powrót]



ŹRÓDŁA ZADAŃ

[Spis treści]

Zadanie 1. A.Bazyluk, A. Dubiecka, B. Dubiecka-Kruk, Z. Góralewicz, T. Malicki, P. Piskorski, H. Sienkiewicz, A. Ziemieńczuk, *Matematyka 2001, Podręcznik Gimnazjum klasa 1*, wyd. WSiP, 2005

Zadanie 2. zadanie autorskie

Zadanie 3. zadanie autorskie

Zadanie 4. J. Chodnicki,K. Dałek, M. Dąbrowski; *Podręcznik dla szkoły podstawowej, klasa 4*; wyd. WSiP, 2005

Zadanie 5. J. Chodnicki, K. Dałek, M. Dąbrowski; *Podręcznik dla szkoły podstawowej*, klasa 4; wyd. WSiP, 2005

Zadanie 6. J. Chodnicki, K. Dałek, M. Dąbrowski; *Podręcznik dla szkoły podstawowej,klasa 4*; wyd. WSiP, 2005

Zadanie 7. D. Kolany, G. Żelechower, *Nienudna matematyka*, wyd. MAC SA, 2001

Zadanie 8. zadanie autorskie

Zadanie 9. J. Janowicz, *Policzmy to razem. Podręcznik do matematyki dla gimnazjum 1*, wyd. Nowa Era, 2010

Zadanie 10. A.Żurek, P.Jędrzejewicz, *Zbiór zadań konkursowych*, GWO

Zadanie 11. zadanie autorskie

Zadanie 12. zadanie autorskie

Zadanie 13. zadanie autorskie

Zadanie 14. zadanie autorskie

Zadanie 15. D. Kulma, *Kwadratolandia matematyczne przygody*, Elitmat, 2008

Zadanie 16. J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, *Matematyczne gwiazdki zbiór ciekawych zadań z matematyki dla uczniów klas 5, 6 i wyższych*, Aksjomat, 2019

Zadanie 17. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Matematyka bez formuł*, wyd. Aksjomat Toruń, 2016

Zadanie 18. A.Żurek, P.Jędrzejewicz, *Zbiór zadań konkursowych*, GWO

Zadanie 19. J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, *Matematyczne gwiazdki zbiór ciekawych zadań z matematyki dla uczniów klas 5,6 i wyższych*, Aksjomat, 2019

Zadanie 20. Z. Bobiński, P. Jarek, P. Jędrzejewicz i inni, *Zadania logiczne*, wyd. Aksjomat Toruń, 2011

Zadanie 21. A.Żurek, P.Jędrzejewicz, *Zbiór zadań konkursowych*, GWO

Zadanie 22. A.Żurek, P.Jędrzejewicz, *Zbiór zadań konkursowych*, GWO

Zadanie 23. B. Dubiecka-Kruk; *Zagadki matematyczne, klasa 4-6*; wyd. WSiP, 2014

Zadanie 24. zadanie autorskie

Zadanie 25. zadanie autorskie

Zadanie 26. Zbigniew Bobiński, Piotr Nodzyński, Mirosław Uscki, *Matematyka bez formuł*, wyd. Aksjomat Toruń, 2016

Zadanie 27. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, wyd. Aksjomat 2008

Zadanie 28. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Liga Zadaniowa. Zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką*, wyd. Aksjomat 2004

Zadanie 29. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Liga Zadaniowa. Zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką*, wyd. Aksjomat 2004

Zadanie 30. zadanie autorskie

Zadanie 31. J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, *Matematyczne gwiazdki zbiór ciekawych zadań z matematyki dla uczniów klas 5,6 i wyższych*, Aksjomat, 2019

Zadanie 32. zadanie autorskie

Zadanie 33. zadanie autorskie

Zadanie 34. www.cauchy.pl

Zadanie 35. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Matematyka bez formuł*, wyd. Aksjomat Toruń, 2016

Zadanie 36. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Matematyka bez formuł*, wyd. Aksjomat Toruń, 2016

Zadanie 37. zadanie autorskie

Zadanie 38. zadanie autorskie

Zadanie 39. zadanie autorskie

Zadanie 40. zadanie autorskie

Zadanie 41. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Liga Zadaniowa. Zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką*, wyd. Aksjomat 2004

Zadanie 42. zadanie autorskie

Zadanie 43. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Zbiór zadań dla szkoły podstawowej 6*, Matematyka wokół nas, wyd. WSiP, 2012

Zadanie 44. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Zbiór zadań dla szkoły podstawowej 6. Matematyka wokół nas*, wyd. WSiP,2012

Zadanie 45. zadanie autorskie

Zadanie 46. zadanie autorskie

Zadanie 47. D. Kulma, *Kwadratolandia matematyczne przygody*, Elitmat, 2008

Zadanie 48. zadanie autorskie

Zadanie 49. zadanie autorskie

Zadanie 50. zadanie autorskie

Zadanie 51. zadanie autorskie

Zadanie 52. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Zbiór zadań dla klasy 6*; wyd. WSiP, 2019

Zadanie 53. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Zbiór zadań dla szkoły podstawowej 6.*, wyd. WSiP, 2012.

Zadanie 54. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Podręcznik do klasy szóstej szkoły podstawowej.*, wyd. WSiP, 2017

Zadanie 55. zadanie autorskie

Zadanie 56. *Matematyka 6*, WSiP 1993

Zadanie 57. H. Lewicka, M. Kowalczyk, *Matematyka wokół nas. Podręcznik do klasy szóstej szkoły podstawowej.*, wyd. WSiP, 2017

Zadanie 58. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Podręcznik do klasy szóstej szkoły podstawowej.*, wyd. WSiP, 2017

Zadanie 59. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Zbiór zadań dla klasy 6*; wyd. WSiP, 2019

Zadanie 60. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Owen Karpynsky

Zadanie 61. zadanie autorskie

Zadanie 62. zadanie autorskie

Zadanie 63. zadanie autorskie

Zadanie 64. zadanie autorskie

Zadanie 65. zadanie autorskie

Zadanie 66. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Matematyka bez formuł*, wyd. Aksjomat Toruń, 2016

Zadanie 67. A.Żurek, P.Jędrzejewicz, *Zbiór zadań konkursowych*, GWO,

Zadanie 68. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, *Matematyka bez formuł*, wyd. Aksjomat Toruń, 2016

Zadanie 69. *Matematyka Europejczyka*, Helion

Zadanie 70. zadanie autorskie

Zadanie 71. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Jessica Goree

Zadanie 72. zadanie autorskie

Zadanie 73. zadanie autorskie

Zadanie 74. zadanie autorskie

Zadanie 75. zadanie autorskie

Zadanie 76. zadanie autorskie

Zadanie 77. M. Dobrowolska, *Matematyka 2 dla gimnazjum*, wyd. GWO, 2016

Zadanie 78. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Kate Nerdypoo

Zadanie 79. zadanie autorskie

Zadanie 80. J. Janowicz, *Policzmy to razem. Podręcznik do matematyki dla gimnazjum 1*, wyd. Nowa Era, 2010

Zadanie 81. zadanie autorskie

Zadanie 82. zadanie autorskie

Zadanie 83. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Graeme Lachance

Zadanie 84. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Zbiór zadań dla szkoły podstawowej 6.*, wyd. WSiP 2012

Zadanie 85. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Shaun Errichiello

Zadanie 86. J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, *Matematyczne gwiazdki zbiór ciekawych zadań z matematyki dla uczniów klas 5, 6 i wyższych*, Aksjomat, 2019

Zadanie 87. Joanna Bednarczuk, Jerzy Bednarczuk, *Matematyczne gwiazdki zbiór ciekawych zadań z matematyki dla uczniów klas 5,6 i wyższych*, Aksjomat, 2019

Zadanie 88. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Giselle Garcia

Zadanie 89. zadanie autorskie

Zadanie 90. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepska; *Matematyka wokół nas-zbiór zadań dla klasy 6*; wyd. WSiP, 2016

Zadanie 91. H. Lewicka, M. Kowalczyk, T. Rzepecka, *Matematyka wokół nas. Zbiór zadań dla szkoły podstawowej 6.*, wyd. WSiP, 2012

Zadanie 92. M. Braun, J. Lech, M. Pisarski, *Matematyka z plusem. Zbiór zadań dla klasy ósmej szkoły podstawowej*, wyd. GWO, 2020

Zadanie 93. zadanie autorskie

Zadanie 94. zadanie autorskie

Zadanie 95. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Jay Sydow

Zadanie 96. zadanie autorskie

Zadanie 97. *Matematyka Wokół Nas*, WSiP

Zadanie 98. zadanie autorskie

Zadanie 99. zadanie autorskie

Zadanie 100. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Owen Kaplinsky

Zadanie 101. A. Toruńska, *Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej Zbiór zadań z konkursów przedmiotowych z matematyki w latach 2021/2022*, Aksjomat, 2022

Zadanie 102. A. Toruńska, *Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej Zbiór zadań z konkursów przedmiotowych z matematyki w latach 2021/2022*, Aksjomat, 2022

Zadanie 103. zadanie ze strony *openmiddle.com* napisane przez Roberta Kaplinskiego

Zadanie 104. zadanie autorskie

Zadanie 105. zadanie autorskie

Zadanie 106. zadanie autorskie

Zadanie 107. zadanie autorskie

Zadanie 108. zadanie autorskie

Zadanie 109. zadanie autorskie

Zadanie 110. zadanie autorskie

Zadanie 111. zadanie autorskie

Zadanie 112. Z. Bobiński, M. Ciszewska – Nowak, P. Jarek i inni, *Zabawy geometryczne*, wyd. Aksjomat Toruń, 2007