ZADANIA Z GWIAZDKĄ

Zestawy zadań o podwyższonym stopniu trudności dla uczniów klas 4-8 szkoły podstawowej

Zestawy powstały w ramach sieci współpracy

Matematyka - uczyć skutecznie

LUBELSKIE SAMORZĄDOWE CENTRUM DOSKONALENIA NAUCZYCIELI

Autorzy:

Bodzak Iwona	SP im. Jana Pocka w Markuszowie
Czerniec Anna	SP nr 28 z Oddziałami Integracyjnymi im. Synów Pułku Ziemi Lubelskiej w Lublinie
Cierech Beata	Zespół Szkół Ogólnokształcących nr 4 im. Orląt Lwowskich w Lublinie
Czerwińska Dorota	SP nr 40 im. Lubelskiego Lipca 1980 w Lublinie
Dąbrowska Dorota	SP im. Anny i Andrzeja Nowaków w Ożarowie
Frączek Beata	SP nr 20 im. Jarosława Dąbrowskiego w Lublinie
Górniak Karolina	Dwujęzyczna Szkoła Podstawowa Europejczyk w Szerokiem
Kłyza Alina	SP nr 2 im. T. Kościuszki w Łęcznej
Kot Magdalena	SP nr 40 im. Lubelskiego Lipca 1980 w Lublinie
Krysa Małgorzata	SP nr 30 im. Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie
Kuriata Agnieszka	SP nr 2 im. T. Kościuszki w Łęcznej
Partyka Agnieszka	SP nr 16 im. F. Chopina w Lublinie
Pastucha Maria	SP nr 40 im. Lubelskiego Lipca 1980 w Lublinie
Ruszniak Agata	SP w Babinie
Szewczak Anna	SP nr 30 im. Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie
Ścibak Dorota	SP nr 16 im. F. Chopina w Lublinie
Wieleba Beata	SP nr 30 im. Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie
Wojciechowska Agnieszka	SP im. ks. J. Twardowskiego w Zemborzycach Tereszyńskich
Żydek Wioleta	SP im. Ziemi Lubelskiej w Radawcu Dużym

Koordynacja projektu: **Elżbieta Wojtowicz - doradca metodyczny LSCDN**, nauczyciel matematyki w SP nr 30 im. Króla Kazimierza Wielkiego w Lublinie

Składu dokonano w systemie LaTeX: Magdalena Kot
Agnieszka Partyka

Spis treści

Klasa 4

I. ARYTMETYKA

II. GEOMETRIA

III. MIX

Klasa 5

I. ARYTMETYKA

II. GEOMETRIA

III. MIX po klasie 5

Klasa 6

I. ARYTMETYKA

II. ALGEBRA

III GEOMETRIA

IV. MIX PO KLASIE 6

Klasa 7

I. ARYTMETYKA

II. ALGEBRA

III. GEOMETRIA

IV. MIX PO KLASIE 7

Klasa 8

I. ARYTMETYKA

II. GEOMETRIA

III. MIX PO KLASIE 8

Zestaw 4.1.1 Liczby, działania, systemy

[Powrót]

Zad. 1. Marysia przeczytała książkę w 5 dni. Pierwszego dnia przeczytała 31 stron. Przez dwa kolejne dni czytała codziennie o 9 stron więcej niż poprzedniego dnia. Czwartego dnia przeczytała 3 razy mniej stron niż przez pierwsze trzy dni. Ile stron Przeczytała Marysia piątego dnia, jeżeli książka ma 210 stron?

Zad. 2. Tata ma 39 lat. Mama jest o 4 lata młodsza od taty. Dominik jest siedem razy młodszy od mamy, a Ola trzy razy młodsza od taty.
a) Ile lat mają łącznie?
b) Za ile lat będą mieli razem 100 lat?

Zad. 3. W biblioteczce na trzech półkach stało 54 książki. Podczas porządków, Ola przestawiła na półkę środkową 5 książek z półki najwyższej i 7 książek z półki najniższej. Wtedy okazało się, że na wszystkich półkach było po tyle samo książek. Ile książek stało na każdej półce przed porządkami?

Zad. 4 W klasie Kamila i Patryka jest 23 uczniów. Kamil i Patryk mają urodziny tego samego dnia, więc obaj przynieśli cukierki do klasy. Kamil przyniósł 88 cukierków, a Patryk 66 cukierków. Każdy z chłopców rozdzielił swoje cukierki po równo między wszystkich uczniów z klasy, z wyjątkiem siebie.
a) Ile cukierków otrzymał Kamil?
b) Ile cukierków otrzymał Patryk?
c) Po ile cukierków otrzymali pozostali uczniowie?

Zad. 5. Na sprawdzianie z matematyki, Tadzio miał znaleźć liczbę 9 razy mniejszą niż 180. Tadzio znalazł liczbę o 9 mniejszą od 180. O ile różni się wynik Tadzia od prawidłowego wyniku?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.1 Liczby, działania, systemy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Piątego dnia Marysia przeczytała 50 stron.

Rozwiązanie: Pierwszy dzień – 31 stron; drugi dzień – 40; trzeci dzień – 49; czwarty dzień – 40; piąty dzień – $210 - 160 = 50$ stron.

Zad. 2. **Odp.** a) Razem mają 92 lata.; b) Za 2 lata będą mieli razem 100 lat.

Rozwiązanie: Tata 39 lat; Mama $39 - 4 = 35$ lat; Dominik $35 : 7 = 5$ lat; Ola $39 : 3 = 13$ lat.

Zad. 3. **Odp.** Przed porządkami na półkach stało:
I półka 23 książki,
II półka 6 książek,
III półka 25 książek.

Rozwiązanie: $54 : 3 = 18$.
I półka $18 + 5 = 23$; II półka $18 - 12 = 6$; III półka $18 + 7 = 25$.

Zad. 4. **Odp.**
a) Kamil otrzymał 3 cukierki,
b) Patryk otrzymał 4 cukierki,
c) Pozostali uczniowie otrzymali po 7 cukierków.

Rozwiązanie: Kamil $88 : 22 = 4$; Patryk $66 : 22 = 3$

Zad. 5. **Odp.** Wynik Tadzia różni się o 151 od prawidłowego wyniku.

Rozwiązanie: $180 : 9 = 20$; $180 - 9 = 171$; $171 - 20 = 151$.

Zestaw 4.1.2 Liczby, działania, systemy

[Powrót]

Zad. 1. Wszystkie składniki potrzebne do przygotowania dwudziestu rożków z nadzieniem serowym ważą 1 kg. Samo ciasto waży 540 g. Aby je przygotować, potrzeba 35 dag mąki pszennej, 10 g drożdży, 10 g cukru i 60 g masła. Pozostałe składniki to jaja i mleko.

a) Ile dekagramów ważą pozostałe składniki ciasta?

b) Ile dekagramów waży serowe nadzienie do rożków?

Zad. 2. Kamil i Janek chodzą do tej samej szkoły. Kamil idzie na przystanek 300 m, a potem jedzie autobusem szkolnym 4 km 200 m. Gdy wysiądzie z autobusu, idzie pieszo 200 m. Janek idzie do domu babci 200 m, stamtąd jest podwożony do szkoły. Dom babci znajduje się w odległości 4 km 900 m od szkoły. Który z chłopców ma dalej do szkoły, i o ile?

Zad. 3. O ile suma liczb MCMLXXII i CDLVI jest większa od ich różnicy? Wynik podaj w systemie rzymskim. Zapisz obliczenia.

Zad. 4. Ania po powrocie ze szkoły od razu zaczęła odrabiać lekcje. Zajęło jej to 50 minut. Później przez 20 minut jadła obiad, a zaraz po obiedzie włączyła telewizor i obejrzała 45 minutowy odcinek serialu. Po filmie poszła z psem na spacer, który trwał dwa kwadranse. Po powrocie spojrzała na zegarek i była za kwadrans siedemnasta. O której Ania wróciła ze szkoły do domu?

Zad. 5. Połącz w pary równe wielkości.

2004 g | 2005 m | 185 zl 60 gr | 2 kg 4 g

13 zl 30 gr | 1330 gr

1250 gr | 250 cm | 18560 gr

12 zl 50 gr

2 km 5 m | 25 dm

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.2 Liczby, działania, systemy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** a) Pozostałe składniki ważą 11 dag, b) Serowe nadzienie waży 46 dag.

Rozwiązanie: Ciasto = 540g = 54 dag; 35 dag + 1 dag + 1 dag + 6 dag = 43 dag;
a) 54 dag - 43 dag = 11 dag;
b) 1 kg - 540 g = 460 g = 46 dag

Zad. 2. **Odp.** Dalej do szkoły ma Janek o 400 metrów.

Rozwiązanie: Kamil 300 m + 4 km 200 m + 200 m = 4 km 700 m;
Janek 200 m + 4 km 900 m = 5 km 100 m;
5km 100 m – 4 km 700 m = 400 m.

Zad. 3. **Odp.** Suma jest większa od różnicy o 912, czyli CMXII.

Rozwiązanie: MCMLXXII = 1972; CDLVI = 456;
1972 + 456 = 2428, 1972 - 456 = 516;
2428 – 516 = 912; 912 = CMXII.

Zad. 4. **Odp.** Ania wróciła ze szkoły o 14:20.

Rozwiązanie: Łączny czas czynności 50 min + 20 min + 45 min + 30 min = 145 min = 2 godz 25 min; 16:45 – 2 godz 25 min = 14:20.

Zad. 5. **Odp.** 2004 g = 2 kg 4 g;
185zł 60 gr = 18560 gr;
13zł 30 gr = 1330 gr;
1250 gr = 12 zł 50 gr;
250 cm = 25 dm;
2 km 5 m = 2005 m.

Zestaw 4.1.3 Liczby, działania, systemy

[Powrót]

Zad. 1. Jaki jest NWD dwóch liczb, których NWW wynosi 2346, a iloczyn 14076?
A) 12 B) 6 C) 36 D) 23

Zad. 2. Dzielna jest 5 razy większa od dzielnika, a dzielnik jest 8 razy większy od ilorazu. Zatem dzielna jest liczbą:
A) dwucyfrową B) pierwszą C) większą od 200 D) podzielną przez 100

Zad. 3. Podziel liczby 2294 i 1848 przez taką liczbę, aby otrzymać w pierwszym dzieleniu resztę 19, a w drugim 23.

Zad. 4. Szesnasta cyfra po przecinku rozwinięcia dziesiętnego ułamka $\frac{2}{111}$, to
A) 0 B) 1 C) 2 D) 8

Zad. 5. Suma wszystkich liczb złożonych mniejszych od 15 jest równa:
A) 63 B) 78 C) 54 D) 55 E) 64

[1]Zad. 1, Łódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów szkół podstawowych, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019
[2]Zad. 2, Małopolski Konkurs Matematyczny, etap rejonowy, rok szk. 2017/2018
[3]Zad. 3, 4, H. Pawłowski „Olimpiady i konkursy matematyczne", wyd.Tutor
[4]Zad. 5, Podkarpacki Konkurs Matematyczny, etap szkolny, rok szk. 2021/2022

Zestaw 4.1.3 Liczby i działania, systemy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** B

Rozwiązanie: NWD=$\frac{14076}{2346} = 6$

Zad. 2. **Odp.** D

Zad. 3. **Odp.** Obie te liczby są podzielne przez 25.

Rozwiązanie: $2294 - 19 = 2275$ oraz $1848 - 23 = 1825$.

Zad. 4. **Odp.** A

Zad. 5. **Odp.** A

Rozwiązanie: $4 + 6 + 8 + 9 + 10 + 12 + 14 = 63$

Zestaw 4.1.4 Liczby, działania, systemy

[Powrót]

Zad. 1. Gdyby pani Marta kupiła dwa zestawy kosmetyków do pielęgnacji ciała, to zostałoby jej 75 zł. Kupiła jednak jeden taki zestaw oraz jeden inny, tańszy o 56 gr. Ile pieniędzy zostało pani Marcie po tych zakupach?

Zad. 2. Zapisz możliwie najmniejszą nieparzystą liczbę pięciocyfrową, używając cyfr 0, 2 i 5.

Zad. 3. Arbuz i cztery jabłka ważą łącznie 2741 g. Arbuz i jedno jabłko ważą 2267 g. Ile średnio waży jedno jabłko? Ile waży arbuz?

Zad. 4. Marcin urodził się w roku MCMXCVI, Marcel w MCMXCIX, a Michał w MMXIII. Który z chłopców jako pierwszy skończy 30 lat?

Zad. 5. Piotr ma tyle samo braci co sióstr. Jego siostra Ania ma dwa razy więcej braci niż sióstr. Ile dzieci jest w tej rodzinie?

[1] Zad. 1, 3, 4, zadania autorskie
[2] Zad. 2, A. Żurek, P. Jędrzejewicz, Zbiór zadań konkursowych dla klas 4-6, wyd. GWO 2020
[3] Zad. 5, Zbiór zadań z konkursu Kangur Matematyczny MALUCH wyd. Aksjomat – Toruń, 2018

Zestaw 4.1.4 Liczby, działania, systemy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 75 zł 56 gr

Rozwiązanie: Skoro pani Marta kupiła tańszy zestaw, to zostało jej więcej reszty.

Zad. 2. **Odp.** 20005

Zad. 3. **Odp.** Jabłko waży średnio 158 g, arbuz waży 2109 g.

Rozwiązanie: Waga trzech jabłek wynosi: 2741 g $-$ 2267 g $=$ 474 g.
Średnia waga jednego jabłka: 474 g : 3 $=$ 158 g.
Waga arbuza: 2267 g $-$ 158 g $=$ 2109 g.

Zad. 4. **Odp.** Marcin

Rozwiązanie: Marcin - MCMXCVI r. - 1996 r.,
Marcel – MCMXCIX r. - 1999 r.,
Michał – MMXIII r. - 2013 r.
Pierwszy urodził się Marcin, więc to on jako pierwszy skończy 30 lat.

Zad. 5. **Odp.** 7 dzieci

Rozwiązanie: Ponieważ Piotr ma tyle samo braci co sióstr, więc chłopców jest o jednego więcej niż dziewcząt. Ania ma dwa razy więcej braci niż sióstr – zatem bez Ani chłopców jest dwa razy więcej niż dziewcząt. Aby warunki te mogły być spełnione, to chłopców powinno być 4, a dziewcząt $2+1=3$. Razem w rodzinie jest 7 dzieci.

Zestaw 4.1.5 Liczby, działania, systemy

[Powrót]

Zad. 1. Wypisz wszystkie liczby trzycyfrowe, w których suma cyfr jest równa 5. Oblicz sumę wypisanych liczb. Ile jest takich liczb?

Zad. 2. Mama kupiła ziemniaki, marchewkę i selera. Ziemniaki ważyły 2 kg 10 dag więcej od marchewki, a marchewka ważyła dwa razy więcej niż seler. Wiadomo, że ziemniaki ważyły tyle, co połowa ich samych i jeszcze 1 kg 25 dag. Ile ważyły kupione przez mamę warzywa?

Zad. 3. Zawodnik biegając na bieżni wokół stadionu pokonał dystans 15 km. Ile okrążeń przebiegł jeśli wiadomo, że bieżnia ma długość 500 m?

Zad. 4. Ile razy suma liczb MCCXV i DCCXXIX jest większa od ich różnicy? Wynik podaj w systemie rzymskim. Zapisz wszystkie swoje obliczenia.

Zad. 5. Znajdź trzy liczby, których suma wynosi 670 a wiesz o nich, że pierwsza liczba jest trzy razy większa od drugiej i dwa razy mniejsza od trzeciej.

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.5 Liczby, działania, systemy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Szukane liczby to:
$113, 131, 122, 140, 104, 212, 221, 203, 230, 311, 320, 302, 401, 410, 500.$
Liczb jest 15.
Suma liczb: $113+131+122+140+104+212+221+203+311+320+302+401+$
$+410+500+230=3720.$

Zad. 2. **Odp.** ziemniaki ważyły 2 kg 50 dag,
marchewka 40 dag,
seler 20 dag Warzywa ważyły 3 kg 10 dag.

Zad. 3. **Odp.** 30 okrążeń

Zad. 4. **Odp.** IV razy.

Rozwiązanie: $1215 - 729 = 486;$
$1215 + 729 = 1944;$
$1944 : 486 = 4;$

Zad. 5. **Odp.** pierwsza liczba 201,
druga liczba 67,
trzecia liczba 402.

Rozwiązanie: $670 : 10 = 67, \quad 67 \cdot 3 = 201, \quad 201 \cdot 2 = 402.$

Zestaw 4.1.6 Liczby, działania, systemy

[Powrót]

Zad. 1. Wskaż najmniejszą liczbę:

A. Trzysta osiemdziesiąt pięć powiększone o pięćset czterdzieści trzy

B. Dwieście trzydzieści cztery pomniejszone o sto dziewiętnaście

C. Sto piętnaście powiększone osiem razy

D. Czterysta siedemdziesiąt pięć pomniejszone pięć razy

Zad. 2. Odgadnij brakujące elementy zasady mnożenia liczb przez 25:
Najpierw pomnóż daną liczbę przez 100, potem podziel przez ?? i jeszcze raz przez ??.
Wykonaj mnożenie liczb $468 \cdot 25$ zgodnie z tą zasadą. Zapisz obliczenia.

Zad. 3. Wskaż, który odcinek jest najdłuższy:

A. AB = 5 m 5 cm

B. CD = 50 dm 50 cm

C. EF = 5 m 5 dm 5 cm

D. GH = 4 m 40 dm 40 cm

Zad. 4. Która z poniższych liczb ma w systemie rzymskim największą liczbę znaków:

A. 128

B. 850

C. 1410

D. 964

Zad. 5. Pierwszy dzień Nowego Roku wypada w sobotę. Zosia wyliczyła, że jej urodziny są dokładnie 92 dni później. Jaki to dzień tygodnia?

A. Sobota

B. Niedziela

C. Poniedziałek

D. Wtorek

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.6 Liczby, działania, systemy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** D

Rozwiązanie:

A. $385 + 543 = 928$

B. $234 - 119 = 115$

C. $115 \cdot 8 = 920$

D. $475 : 5 = 95$

Zad. 2. **Odp.** Najpierw pomnóż daną liczbę przez 100, potem podziel przez 2 i jeszcze raz przez 2.

Rozwiązanie:

$468 \cdot 100 = 46800$

$46800 : 2 = 23400$

$23400 : 2 = 11700$

Zatem $468 \cdot 25 = 11700$

Zad. 3. **Odp.** D

Rozwiązanie:

A. AB = 5 m 5 cm = 505 cm

B. CD = 50 dm 50 cm = 550 cm

C. EF = 5 m 5 dm 5 cm = 555 cm

D. GH = 4 m 40 dm 40 cm = 840 cm

Zad. 4. **Odp.** A

Rozwiązanie:

A. 128=CXXVIII (7 znaków)

B. 850=DCCCL (5 znaków)

C. 1410=MCDX (4 znaki)

D. 964=CMDCIV (6 znaków)

Zad. 5. **Odp.** Urodziny Zosi są w niedzielę.

Rozwiązanie: $92 : 7 = 13$ reszty 1

1 stycznia (1 dzień roku) – sobota

Zestaw 4.1.7 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Droga do szkoły zajmuje Jankowi $\frac{1}{4}$ godziny, a Kindze $\frac{1}{3}$ godziny. Któremu z dzieci droga do szkoły zajmuje mniej czasu? Jaką część drogi przebywa Janek, a jaką Kinga w ciągu 5 minut?

Zad. 2 Nowo budowana droga składa się z jezdni o szerokości $13\frac{4}{10}$ m, dwóch utwardzonych poboczy po $2\frac{6}{10}$ m każde oraz chodnika dla pieszych. Jaka jest szerokość chodnika, jeżeli szerokość całej drogi jest równa $21\frac{1}{10}$ m?

Zad. 3. Pan Jerzy ma pomalować 20 ławek w parku. Pomalowanie jednej ławki trwa $\frac{3}{5}$ godziny. Czy wykona tę pracę w ciągu dwóch dni, pracując po 8 godzin dziennie?

Zad. 4. Czapka i szalik kosztują razem 96,70 zł. Czapka jest o 24,70 zł droższa od szalika. Ile kosztuje czapka, a ile szalik?

Zad. 5. Jedna figurka bałwanka waży 4,7 dag, a jedno pudełko do pakowania tych figurek waży 1,6 dag. Partię 100 figurek zapakowano do 10 pudełek. Ile kilogramów ważą te pudełka razem z bałwankami?

[1]Zad. 1, 3, J. Janowicz, Zbiór zadań do matematyki dla klasy 4 szkoły podstawowej, Nowa Era 2017.
[2]Zad. 2, S. Durydiwka, S. Łęski, I Ty zostaniesz Pitagorasem klasa 4, Warszawa 1996.
[3]Zad. 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.7 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Droga do szkoły zajmuje mniej czasu Jankowi. W czasie 5 minut Janek pokonuje $\frac{1}{3}$ drogi, a Kinga $\frac{1}{4}$.

Rozwiązanie: Porównujemy ułamki $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$. Janek do szkoły idzie 15 minut, czyli w 5 minut pokona $\frac{1}{3}$ drogi. Kinga do szkoły idzie 20 minut, czyli w 5 minut pokona $\frac{1}{4}$ drogi.

Zad. 2. **Odp.** Szerokość chodnika wynosi $2\frac{1}{2}$ m.

Rozwiązanie: Szerokość całej drogi $= 21\frac{1}{10}$ m. Obliczamy sumę długości jezdni i poboczy $= 18\frac{6}{10}$ m. Szerokość chodnika $= 21\frac{1}{10}$ m $- 18\frac{6}{10}$ m.

Zad. 3. **Odp.** Tak.

Rozwiązanie: Jedną ławkę maluje w $\frac{3}{5}$ godziny.
Ilość ławek $= 20$;
czas pomalowania ławek $= 20 \cdot \frac{3}{4}$ h$=$ 15 godzin;
czas pracy w ciągu jednego dnia $= 8$ h;
2 dni pracy $= 16$ h.

Zad. 4. **Odp.** Czapka kosztuje 60,70 zł, a szalik 36,00 zł.

Rozwiązanie: Kwota za czapkę i szalik $=$ 96,70 zł; czapka jest o 24,70 droższa od szalika, czyli od całej kwoty odejmujemy różnicę w cenach, a otrzymaną kwotę dzielimy na 2. Otrzymany wynik to cena szalika.

Zad. 5. **Odp.** Zapakowane bałwanki ważą 4,86 kg.

Rozwiązanie: Waga bałwanka $=$ 4,7 dag;
ilość bałwanków $= 100$;
waga pudełka $=$ 1,6 dag;
ilość pudełek $= 10$. Obliczamy wagę bałwanków i wagę pudełek, dodajemy do siebie a otrzymany wynik zapisujemy w kilogramach.

Zestaw 4.1.8 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Napisz trzy ułamki o mianowniku 24 większe od $\frac{1}{4}$, a mniejsze od $\frac{3}{4}$. Uporządkuj je malejąco.

Zad. 2. Jaką liczbę otrzymasz, gdy liczbę 77,8 pomniejszysz o połowę liczby 68,004?

Zad. 3. Trzy kawałki materiału mają razem 120 m. Pierwszy kawałek ma $46\frac{3}{4}$ m, a drugi ma o $4\frac{1}{4}$ m więcej niż trzeci. Jaka jest długość trzeciego kawałka materiału?

Zad. 4. Oblicz wartość wyrażenia:

$$7,07 - [(0,15 + 2,023) + (3,63 - 2,023)].$$

Zad. 5. Oblicz obwód prostokąta, jeżeli jeden bok ma długość $16\frac{17}{20}$ cm, a drugi jest o $4\frac{7}{20}$ cm krótszy. Wynik podaj w postaci liczby mieszanej oraz w postaci ułamka dziesiętnego.

[1]Zad. 1, 3, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzki, Matematyka na szóstkę, wydawnictwo Nowik
[2]Zad. 2, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.8 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Ułamki uporządkowane malejąco:
$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}, \frac{17}{24}, \frac{16}{24}, \frac{15}{24}, \frac{14}{24}, \frac{13}{24}, \frac{12}{24}, \frac{11}{24}, \frac{10}{24}, \frac{9}{24}, \frac{8}{24}, \frac{7}{24}, \frac{1}{4} = \frac{6}{24}$.

Rozwiązanie: $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$, $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$
Należy zatem wstawić ułamki pomiędzy liczby $\frac{6}{24}$ i $\frac{18}{24}$.
Jest tutaj wiele możliwości.
Mogą to być ułamki spośród: $\frac{7}{24}, \frac{8}{24}, \frac{9}{24}, \frac{10}{24}, \frac{11}{24}, \frac{12}{24}, \frac{13}{24}, \frac{14}{24}, \frac{15}{24}, \frac{16}{24}, \frac{17}{24}$.

Zad. 2. **Odp.** Otrzymam liczbę 43,798

Rozwiązanie: Połowa liczby $68,004$ wynosi $34,002$.
$77,8 - 34,002 = 43,798$.

Zad. 3. **Odp.** Długość trzeciego kawałka to $34\frac{1}{2}$ m.

Rozwiązanie: 1 kawałek ma długość: $46\frac{3}{4}$ m.
2 i 3 kawałek mają długość: $120 \text{ m} - 46\frac{3}{4} \text{ m} = 73\frac{1}{4}$ m
$73\frac{1}{4} \text{ m} - 4\frac{1}{4} \text{ m} = 69$ m.
$69 \text{ m} : 2 = 34\frac{1}{2}$ m.

Zad. 4. **Odp.** Wyrażenie ma wartość 3,29.

Rozwiązanie: $7,07 - [(0,15 + 2,023) + (3,63 - 2,023)] = 7,07 - [2,173 + 1,607] = 7,07 - 3,78 = 3,29$

Zad. 5. **Odp.** Obwód wynosi $58\frac{7}{10} \text{ cm} = 58,7$ cm.

Rozwiązanie: Pierwszy bok ma długość $16\frac{17}{20}$ cm.
Drugi bok ma długość $16\frac{17}{20} \text{ cm} - 4\frac{7}{20} \text{ cm} = 12\frac{10}{20}$ cm
Połowa obwodu wynosi $16\frac{17}{20} \text{ cm} + 12\frac{10}{20} \text{ cm} = 28\frac{27}{20} \text{ cm} = 29\frac{7}{20}$ cm
Cały obwód wynosi $2 \cdot 29\frac{7}{20} \text{ cm} = 29\frac{7}{20} \text{ cm} + 29\frac{7}{20} \text{ cm} = 58\frac{14}{20} \text{ cm} = 58\frac{7}{10} \text{ cm} = 58,7$ cm.

Zestaw 4.1.9 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Rodzina Paczkowskich jadła obiad w pizzerii. Jurek zjadł połowę pizzy, pan Edward zjadł połowę tego co zostało, pani Helena i Małgosia zjadły po 2 ostatnie kawałki. Na ile kawałków podzielono pizzę?

Zad. 2. Wagę towaru wraz z opakowaniem nazywamy wagą brutto, waga towaru bez opakowania to waga netto, a waga samego opakowania to tara. Kupiono dwa słoiki z miodem. Jeden słoik ważył brutto 2,17 kg, a drugi 1,99 kg. Po opróżnieniu puste słoiki ważyły odpowiednio 35 dag i 230 g. W którym słoiku było więcej miodu i o ile więcej?

Zad. 3. Pan Alojzy ma 4 działki o łącznej powierzchni $15\frac{4}{6}$ arów. Pierwsza działka ma $2\frac{5}{6}$ ara, druga działka jest o $1\frac{3}{6}$ ara większa od pierwszej, a trzecia o $\frac{1}{6}$ ara mniejszą od pierwszej. Oblicz, ile arów ma czwarta działka.

Zad. 4. Nowo budowana droga powiatowa składa się z jezdni o szerokości $13\frac{4}{10}$ m, dwóch utwardzonych poboczy po $2\frac{6}{10}$ m każde oraz chodnika dla pieszych. Jaka jest szerokość chodnika, jeżeli szerokość całej drogi jest równa $21\frac{1}{10}$ m?

Zad. 5. Oto fragment cennika w kawiarni„ Osłoda”:

KAWIARNIA „OSŁODA”

Szarlotka z bitą śmietaną...................	4, 68 zł
Sernik w polewie czekoladowej.......	5, 55 zł
Galaretka z owocami........................	6, 47 zł
Deser lodowy...................................	10, 80 zł
Lemoniada...	2, 63 zł
Koktajl owocowy...............................	4, 86 zł

Pięcioro przyjaciół postanowiło w „Osłodzie” zjeść podwieczorek. Spójrz, co zamówiły poszczególne osoby:

Matylda - szarlotkę z bitą śmietaną, lemoniadę

Judyta - deser lodowy, lemoniadę

Klaudia - galaretkę z owocami, koktajl owocowy

Robert - sernik w polewie czekoladowej, koktajl owocowy

Grzegorz - galaretkę z owocami, koktajl owocowy

a) Oblicz sposobem pisemnym, jakie rachunki zapłaciła każda osoba.

b) Porównaj, kto za swoje zamówienie zapłacił najwięcej, a kto najmniej i o ile więcej?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.1.9 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Całą pizzę podzielono na 16 kawałków.

Rozwiązanie: Jurek - $\frac{1}{2}$ pizzy
Edward - $\frac{1}{4}$ pizzy
4 kawałki to $\frac{1}{4}$ pizzy

Zad. 2. **Odp.** W pierwszym słoiku jest więcej miodu o 0,06 kg (6 dag).

Rozwiązanie: Miód w 1 słoiku – 1,82 kg
Miód w 2 słoiku – 1,76 kg
Różnica – 0,16 kg

Zad. 3. **Odp.** Czwarta działka ma powierzchnię $5\frac{5}{6}$ arów.

Rozwiązanie: 1 działka $2\frac{5}{6}$ a
2 działka $4\frac{2}{6}$ a
3 działka $2\frac{4}{6}$ a
4 działka $15\frac{4}{6} - 9\frac{5}{6} = 5\frac{5}{6}$ a

Zad. 4. **Odp.** Chodnik ma $2\frac{1}{2}$ m szerokości.

Rozwiązanie: Obliczenie łącznej długości jezdni i dwóch poboczy $18\frac{6}{10}$ m.
Obliczenie szerokości chodnika $2\frac{1}{2}$ m.

Zad. 5. **Odp.** Najwięcej wydała Judyta, najmniej Matylda o 6,12 zł (5 zł 12 groszy)

Rozwiązanie:
M – 7,31 zł
J – 13,43 zł
K – 11,33 zł
R – 10,41 zł
G – 11,33 zł

Zestaw 4.1.10 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Czterej chłopcy mieli do podziału 3 jednakowe jabłka. W jaki sposób podzielili się nimi tak aby każdy dostal po równo?

Zad. 2. Przerwa między lekcjami trwa $\frac{1}{12}$ godziny. Ile to minut?

Zad. 3. Zosia przyszła do szkoły na godzinę $8:00$. Lekcje trwały 4 h 35 min. Po 15 minutach od chwili zakończenia lekcji rozpoczęła się zbiórka harcerska. Na zbiórce Zosia była $\frac{3}{4}$ godziny. Zaraz po zbiórce poszła do domu, dokąd szła 30 minut. O której godzinie Zosia przyszła do domu?

Zad. 4. Do sklepu przywieziono towar w dwóch skrzynkach. Jedna skrzynka ważyła $15\frac{1}{4}$ kg, a druga $17\frac{1}{4}$ kg. Pusta skrzynka ważyła $1\frac{1}{4}$ kg. Ile ważył towar w tych skrzynkach?

Zad. 5. Nie tak dawno temu kupiłem chleb za 3 zł 60 gr, słodką bułkę za 3 zł 40 gr i lizaka za 50 gr. Dałem sprzedawcy banknot 10-złotowy. Sprzedawca wydał mi:
a) 1 zł 50 gr
b) 2 zł 50 gr
c) 3 zł 50 gr
d) 6 zł
e) dałem za mało

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, zadania autorskie.
[2]Zad. 5, Matematyka z wesołym Kangurem, wyd. Aksjomat Toruń

Zestaw 4.1.10 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Każdy otrzymał $\frac{3}{4}$ jabłka.

Rozwiązanie: Najpierw podzielili każde jabłko na 4 części. Otrzymali 12 ćwiartek, które podzielili między siebie. Każdy chłopiec otrzymał 3 ćwiartki.
$3 : 4 = \frac{3}{4}$.

Zad. 2. **Odp.** $\frac{1}{12} \cdot 60 = 5$ minut.

Zad. 3. **Odp.** Zosia przyszła do domu o $14 : 05$.

Rozwiązanie: Koniec lekcji: $12 : 35$
Rozpoczęcie zbiórki: $12 : 50$
$\frac{3}{4}$ godziny to 45 minut
Koniec zbiórki: $13 : 35$
Zosia przyszła do domu o $14 : 05$.

Zad. 4. **Odp.** Towar ważył 30 kg.

Rozwiązanie: $15\frac{1}{4} + 17\frac{1}{4} = 32\frac{2}{4}$
$1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} = 2\frac{2}{4}$
$32\frac{2}{4} - 2\frac{2}{4} = 30$

Zad. 5. **Odp.** b)

Rozwiązanie: $10 - (3,60 + 3,40 + 0,50) = 2,5$

Zestaw 4.2.1 Figury geometryczne, pola figur

[Powrót]

Zad. 1. Działka pana Jana ma kształt kwadratu o boku 27 m, a działka pana Józefa ma kształt prostokąta o długości 36 m i szerokości 3 razy krótszej.

a) Na ogrodzenie czyjej działki potrzeba więcej metrów siatki i o ile więcej?

b) Który z panów ma większą działkę i o ile większą?

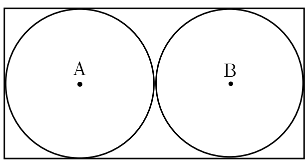
Zad. 2. Z tektury w kształcie kwadratu o boku 25 cm, Iga chciała zrobić pudełko. W związku z tym z czterech rogów tektury wycięła kwadrat o boku 4 cm każdy. Oblicz, ile tektury zużyła Iga na zrobienie pudełka.

Zad. 3. Kuba chce polakierować podłogę w swoim pokoju. Podłoga ma kształt prostokąta o długości 6 m, a szerokość podłogi jest o 2 m krótsza. Pojemnik zawiera 1,5 l lakieru i kosztuje 37 zł.

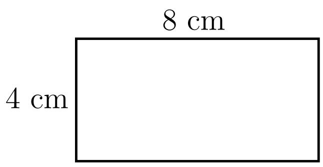
a) Ile litrów lakieru zużyje Kuba na 2-krotne pomalowanie podłogi, jeżeli 1 litr wystarcza na pomalowanie 6 m^2?

b) Ile puszek lakieru Kuba musi kupić i ile zapłacić, aby pomalować podłogę?

Zad. 4. Odcinek łączący środki okręgów ma długość 8 cm. Korzystając z rysunku, oblicz obwód i pole prostokąta.



Zad. 5. Na rysunku jest plan działki w skali 1 : 1500. Oblicz ile arów ma ta działka.



[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.2.1 Figury geometryczne, pola figur

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Na ogrodzenie działki Jana potrzeba o 12 m siatki więcej. Jan ma większą działkę o 297 m^2.

Rozwiązanie: Ob. Kwadratu Jana = 108 m, Ob. Prost. Józefa = 96 m
Pole kwadratu Jana = 729 m^2
Pole prostokąta Józefa= 432 m^2
$729 - 432 = 297$ m^2

Zad. 2. **Odp.** Iga zużyła 561 cm^2 tektury na zrobienie pudełka.

Rozwiązanie: $25 \cdot 25 = 625$ cm^2
$4 \cdot 16 = 64$ cm^2
$625 - 64 = 561$ cm^2

Zad. 3. **Odp.** Kuba zużyje 8 l lakieru. Potrzebuje więcej niż 5 puszek, ale mniej niż 6, czyli kupi 6 puszek i zapłaci 222 zł.

Rozwiązanie: $P = 24$ m^2
$24\ m^2 \cdot 2 = 48\ m^2$
$48 : 6 = 8$ litrów
$6 \cdot 37 = 222$ zł

Zad. 4. **Odp.** Pole prostokąta wynosi 128 cm^2, zaś obwód 48 cm.

Rozwiązanie: Promień $= 8 : 2 = 4$ cm
Dłuższy bok = 16 cm
Krótszy bok = 8 cm

Zad. 5. **Odp.** Działka ma powierzchnię 72 a.

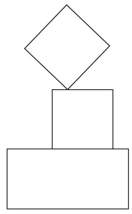
Rozwiązanie: 8 cm $\cdot$ 1500 = 12000 cm = 120 m
4 cm $\cdot$ 1500 = 6000 cm = 60 m
P= 7200 m^2 = 72 a.

Zestaw 4.2.2 Figury geometryczne, pola figur

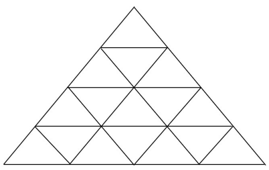
[Powrót]

Zad. 1. Dany jest kwadrat o polu 16 cm^2. Oblicz pole prostokąta, którego długość jednego boku wynosi tyle co długość boku kwadratu, a drugi bok - jest trzy razy dłuższy niż bok danego kwadratu.

Zad. 2. Figurę złożono (tak jak na rysunku) z dwóch jednakowych kwadratów o polu 25 cm^2 i prostokąta, którego jeden bok ma długość równą długości boku kwadratu, a drugi – jest dwa razy dłuższy niż bok kwadratu. Oblicz obwód figury.



Zad. 3.



Ile jest wszystkich trójkątów na rysunku obok?

A) 16 B) 17

C) 27 D) 30

Zad. 4. Dany jest prostokąt o wymiarach 4 cm × 6 cm. Wybierz jeden z boków prostokąta, następnie narysuj kwadraty o boku długości wybranego przez ciebie odcinka w skali 1 : 2 oraz w skali 2 : 1. Oblicz obwód i pole narysowanych kwadratów.

Zad. 5. Oceń zdania, wybierz P jeśli zdanie jest prawdziwe, a F jeśli jest fałszywe.

Odcinki łączące przeciwległe wierzchołki kwadratu są równej długości.	P	F
Każdy kwadrat jest prostokątem.	P	F
Odcinki łączące przeciwległe wierzchołki prostokąta przecinają się pod kątem prostym.	P	F
Każdy prostokąt jest kwadratem.	P	F

[1]Zad. 3, A. Żurek, P. Jędrzejewicz GWO Zbiór zadań konkursowych
[2]Zad. 1, 2, 4, zadania autorskie

Zestaw 4.2.2 Figury geometryczne, pola figur

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Pole prostokąta wynosi 48 cm^2.

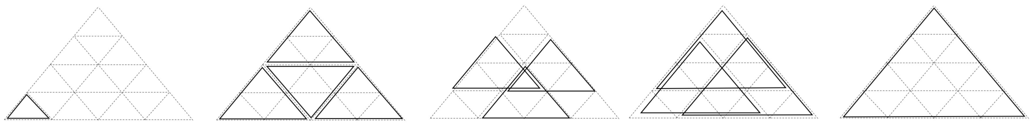
Rozwiązanie: $P_{\text{kwadratu}} = a^2 = 16\ cm^2$
$a = 4$ cm
$b = 3 \cdot 4$ cm $= 12$ cm - drugi bok prostokąta
$P_{\text{prostokąta}} = a \cdot b = 4\ cm \cdot 12\ cm = 48\ cm^2$.

Zad. 2. **Odp.** Obwód narysowanej figury wynosi 60 cm.

Rozwiązanie: $P_{\text{kwadratu}} = a^2 = 25\ cm^2$
$a = 5$ cm - długość boku kwadratu i długość jednego boku prostokąta
$b = 2 \cdot 5$ cm $= 10$ cm - drugi bok prostokąta
obwód figury=30 cm + 20 cm + 10 cm = 60 cm.

Zad. 3. **Odp.** Wszystkich trójkątów jest 27.

Rozwiązanie:



Zad. 4. **Rozwiązanie:** Uczeń wybrał bok 6 cm. Kwadrat o boku 6 cm w skali 1 : 2 będzie kwadratem o boku 3 cm. Pole tego kwadratu wynosi 9 cm^2, a obwód 12 cm. Kwadrat o boku 6 cm, w skali 2 : 1 będzie kwadratem o boku 12 cm. Pole tego kwadratu wynosi 144 cm^2, a obwód 48 cm. Jeśli uczeń wybrał bok o długości 4 cm to dostaje w skali 1 : 2 kwadrat o boku 2 cm – pole wynosi 4 cm^2, obwód wynosi 8 cm; zaś w skali 2 : 1 dostaje kwadrat o boku 8 cm – pole wynosi 64 cm^2, obwód wynosi 32 cm.

Zad. 5. **Odp.** PPFF

Zestaw 4.3.1 Mix po klasie 4

[Powrót]

Zad. 1. Na prostokątnej działce o wymiarach 40 m i 20 m, Robert wyznaczył dwie prostopadłe ścieżki o szerokości 1 m równoległe do boków działki. Całą działkę, oprócz ścieżek obsiał trawą. Nasiona trawy sprzedawane są w workach. Jeden worek nasion wystarczy na zasianie 1 ara działki przeznaczonej na trawnik.
a) Ile metrów kwadratowych działki Robert obsiał trawą?
b) Ile worków nasion musi kupić Robert aby obsiać działkę przeznaczoną pod trawnik?

Zad. 2. Obwód kwadratu w skali $1:6$ równy jest 32 cm. Oblicz pole tego kwadratu w skali $1:1$.

Zad. 3. W wytwórni soków wyprodukowano 180 litrów soku pomarańczowego i rozlano go do butelek półlitrowych i litrowych. Butelek półlitrowych było 216.
a) Ile było butelek litrowych?
b) Których butelek było więcej i ile razy więcej?

Zad. 4. Ania kupiła 6 zeszytów i 3 ołówki. Jeden zeszyt kosztuje $1,50$ zł. Zapłaciła banknotem dwudziestozłotowym. Otrzymała 5 zł reszty. Oblicz, ile zapłaciłaby Ania, kupując 4 takie zeszyty i 8 ołówków?

Zad. 5. Piekarnia dostarczała codziennie 1000 bochenków chleba do 3 sklepów. W pierwszym sklepie sprzedano 160 chlebów, w drugim 3 razy więcej, a w trzecim o 290 mniej niż w pierwszym i drugim razem. Chleb, którego nie sprzedano, wrócił do piekarni. Ile chlebów wróciło do piekarni?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.3.1 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** a) Robert obsiał 741 m^2 działki.
b) Robert musi kupić 8 worków nasion trawy.

Rozwiązanie: Pole działki $= 40 \cdot 20 = 800$ m^2
$P_{s1} = 20$ m^2
$P_{s2} = 39$ m^2
Pole trawnika $= 800 - 59 = 741$ $m^2 = 7$ a 41 m^2

Zad. 2. **Odp.** Pole kwadratu wynosi 2304 cm^2.

Rozwiązanie: Obliczenie rzeczywistego obwodu kwadratu 32 cm $\cdot 6 = 192$ cm
Obliczenie boku kwadratu $= 192 : 4 = 48$ cm
Obliczenie pola $= 48 \cdot 48 = 2304$ cm^2

Zad. 3. **Odp.** a) Było 72 butelek litrowych.
b) Butelek półlitrowych było 3 razy więcej niż litrowych.

Rozwiązanie: Butelek półlitrowych jest 216, czyli 108 litrów
180 l $-$ 108 l $=$ 72 l, więc ilość butelek litrowych wyniesie $216 : 72 = 3$.

Zad. 4. **Odp.** Ania zapłaciłaby 22 zł za zakupy.

Rozwiązanie: 20 zł $-$ 5 zł $=$ 15 zł
$6 \cdot 1,5$ zł $= 9$ zł
15 zł $-$ 9 zł $=$ 6 zł
6 zł : 3 $=$ 2 zł, cena ołówka
$4 \cdot 1,5$zł $+ 8 \cdot 2$ zł $= 6$ zł $+ 16$ zł $= 22$ zł.

Zad. 5. **Odp.** Do piekarni zwrócono 10 chlebów.

Rozwiązanie: I sklep 160
II sklep $160 \cdot 3 = 480$
III sklep $640 - 290 = 350$
Razem 990
$1000 - 990 = 10$

Zestaw 4.3.2 Mix po klasie 4

[Powrót]

Zad. 1. Na zajęciach sportowych dziewczęta ustawiły się w dwuszeregu. Basia stała w pierwszym szeregu jako druga od prawej i siódma od lewej. Ile dziewczynek było na zajęciach, jeżeli w drugim szeregu jedna z dziewczynek nie miała pary?

Zad. 2. W wytwórni soków wyprodukowano 180 litrów soku pomarańczowego i rozlano go do butelek półlitrowych i litrowych. Butelek półlitrowych było 216. Ile było butelek litrowych? Których butelek było więcej i ile razy więcej?

Zad. 3. Obwód prostokąta w skali 1 : 4 wynosi 52 cm. Ile decymetrów wynosi obwód tego prostokąta w skali 5 : 1?

Zad. 4. Piotr i Marek zbierają znaczki. Razem mają ich 186. Piotr ma 2 razy mniej znaczków niż Marek. Ile znaczków ma Marek? O ile więcej znaczków ma Marek niż Piotr?

Zad. 5. Obwód prostokątnego ogródka wynosi 400 m. Różnica długości boków tego prostokąta jest równa 40 m. Ile arów na ogródek?

Zad. 6. Na ciężarówkę załadowano 24 skrzynie owoców. Każda z nich waży 245 kg. Ile waży ładunek? Na ciężarówkę nie wolno załadować więcej niż 5500 kg. Ile skrzyń trzeba zdjąć z ciężarówki?

[1] Zad. 1, 2, S. Durydiwka, W. i S. Łęscy, T. Oleksak "Mogę zostać Pitagorasem" Oficyna Wydawniczo-Poligraficzna "Adam"

[2] Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.3.2 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Na zajęciach było 17 dziewczynek.

Rozwiązanie: $7 + 1 = 8; \quad 8 \cdot 2 + 1 = 17$

Zad. 2. **Odp.** Więcej było butelek półlitrowych. Butelek półlitrowych było 3 razy więcej niż butelek litrowych.

Rozwiązanie: Ilość soku w butelkach półlitrowych: $\frac{216\text{ l}}{2} = 108$ l;
Ilość butelek litrowych: $180 - 108 = 72$, $\frac{216}{72} = 3$.

Zad. 3. **Odp.** W skali 5:1 obwód prostokąta wyniesie 104 dm.

Rozwiązanie: Skala 1 : 1, 52 cm $\cdot$ 4 = 208 cm; Skala 5 : 1, 208 cm $\cdot$ 5 = 104 dm.

Zad. 4. **Odp.** Marek ma 124 znaczki. Marek ma o 62 znaczki więcej niż Piotr.

Rozwiązanie: $\frac{186}{3} = 62, \quad 2 \cdot 62 = 124, \quad 124 - 62 = 62.$

Zad. 5. **Odp.** Ogródek ma 96 arów.

Rozwiązanie: $\frac{400}{2}$m = 200m, 200m − 40m = 160m; $\frac{160}{2}$m= 80m; I bok ma 80m; II bok 80m + 40m = 120m; Pole wyniesie 80 m $\cdot$ 120 m = 9600 m^2 = 96 arów.

Zad. 6 **Odp.** Należy zdjąć 2 skrzynie.

Rozwiązanie: $24 \cdot 245$ kg $= 5880$ kg, $\quad 5880$ kg $- 5500$ kg $= 380$ kg, $\quad 2 \cdot 245$ kg $=$ 490 kg.

Zestaw 4.3.3 Mix po klasie 4

[Powrót]

Zad. 1. Cyfrą dziesiątek liczby trzycyfrowej jest 6, cyfra setek jest o 2 większa, a cyfra jedności 2 razy mniejsza od cyfry setek. Jaka to liczba?

Zad. 2. Średnia arytmetyczna sześciu liczb jest równa 36. O ile zmieni się średnia arytmetyczna, gdy dodamy do tych liczb jeszcze liczbę 8?

Zad. 3. Ile wynosi iloraz liczb 396 i 3 powiększony przez sumę cyfr liczby dzielnej?

Zad. 4. Promień koła jest wynikiem działania $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} + 2^3$. Czy można nim przykryć kwadrat o obwodzie 72?

Zad. 5. Zamiast dodać do pewnej liczby liczbę 27, Jasio odjął od niej 27. Jaka jest różnica pomiędzy wynikiem poprawnym, a tym, który otrzymał Jasio?

[1] Zad. 1, 2, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzik Matematyka na szóstkę zadania dla klasy 4, wyd. Nowik 2009

[2] Zad. 3, M. Kozikowska Kangurek Niko i zadania matematyczne dla klasy 4, wyd. NIKO 2017

[3] Zad. 4, zadanie autorskie

[4] Zad. 5, Z. Bobiński, P. Nodzyński Miniatury matematyczne Uczymy się myśleć nieszablonowo wyd. Aksjomat, 2003

Zestaw 4.3.3 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Jest to liczba 864

Rozwiązanie: cyfra setek=6+2=8; cyfra dziesiątek=6; cyfra jedności=$\frac{8}{2} = 4$.

Zad. 2. **Odp.** Średnia arytmetyczna zmniejszy się o 4.

Rozwiązanie: $36 \cdot 6 = 216, \quad \frac{216+8}{7} = \frac{224}{7} = 32, \quad 36 - 32 = 4.$

Zad. 3. **Odp.** Jest to 150.

Rozwiązanie: $\frac{396}{3} = 132, \quad 132 + 3 + 9 + 6 = 150.$

Zad. 4. **Odp.** Nie.

Rozwiązanie: Promień koła=$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} + 2^3 = 9$, więc średnica koła wynosi 18. Bok kwadratu = $\frac{72}{4} = 18$, zatem rogi kwadratu będą wystawać poza koło.

Zad. 5. **Odp.** Różnica wynosi 54.

Rozwiązanie: 27+27=54

Zestaw 4.3.4 Mix po klasie 4

[Powrót]

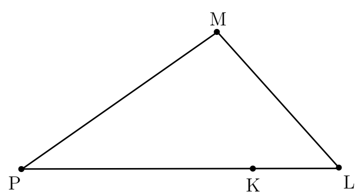
Zad. 1. Dziesięć jednakowych bochenków chleba trzeba rozdzielić po równo między 12 osób. Jak to zrobić nie dzieląc żadnego bochenka na 12 części?

Zad. 2. Która z liczb jest większa: $\frac{12345677}{12345678}$ czy $\frac{12345678}{12345679}$?

Zad. 3. Zapisz liczbę 100 za pomocą:
a) pięciu jedynek
b) pięciu trójek
c) pięciu piątek
wykorzystując znaki działań oraz nawiasy.

Zad. 4. Liczbę 13 podzielono przez 10 różnych liczb naturalnych nie większych od 13 i otrzymano reszty, których suma jest równa 13. Przez jakie liczby dzielono?

Zad. 5. Drużynowy rozdał swoim harcerzom różne plany okolicy. Cztery okoliczne miejscowości: Pierogowo (P), Kluskowo (K), Łazankowo (Ł), Makaronowo (M), połączone są prostymi odcinkami dróg i rozmieszczone tak jak na rysunku. Każdy plan był sporządzony w innej skali. Tomek zmierzył na planie o skali 1:10 000 drogę z K do M przez Ł i otrzymał 5 cm. Jacek posługując się planem o skali 1:5000, ustalił, że z K do M przez P jest na jego planie 18 cm, a Maciek wyznaczył drogę z Ł do P przez M, otrzymując na planie o skali 1:20 000 wynik 4 cm. Ile jest równa rzeczywista odległość z P do Ł przez K?



[2]Zad. 1, 2, 3, zadania autorskie
[1]Zad. 4, 5, J. Janowicz Organizuję konkursy w klasach 4-6 szkoły podstawowej, wyd. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2018

Zestaw 4.3.4 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Danej osobie należy dać dwa kawałki z bochenków dzielonych na 3 części i jeden kawałek z bochenków dzielonych na 6 części.

Rozwiązanie: Jedna osoba dostanie $\frac{10}{12}$ bochenka. Przedstawmy zatem ten ułamek w postaci $\frac{10}{12} = \frac{8}{12} + \frac{2}{12} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$. Dzielimy więc 8 bochenków po 3 części każdy i 2 bochenki po 6 części każdy.

Zad. 2. **Odp.** Większa jest ta druga liczba, czyli $\frac{12345678}{12345679}$.

Zad. 3. **Odp.**

a) $100 = 111 - 11$

b) $100 = 33 \cdot 3 + 33$

c) $100 = 5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$

Zad. 4. **Odp.** Dzielono przez liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13.

Rozwiązanie: Wypiszmy wszystkie reszty z dzielenia liczby 13 przez liczby nie większe od 13:

Dzielnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Reszta	0	1	1	1	3	1	6	5	4	3	2	1	0

Suma wszystkich reszt wynosi $0+1+1+1+3+1+6+5+4+3+2+1+0=28$. Zamiast szukać dziesięciu reszt, które dają w sumie 13, poszukajmy tych trzech reszt, które dają sumę $15 = 28 - 13$. Widać, że mamy tylko jeden wybór, mianowicie $6 + 5 + 4 = 15$, zatem pozostałe reszty, oprócz 6, 5 i 4, dadzą w sumie 13.

Zad. 5. **Odp.** Odległość P-K-Ł wynosi 600 m.

Rozwiązanie: Droga K-Ł-M: $10000 \cdot 5$ cm $= 50000$ cm $= 500$ m
Droga K-P-M: $5000 \cdot 18$ cm $= 90000$ cm $= 900$ m
Droga Ł-M-P: $20000 \cdot 4$ cm $= 80000$ cm $= 800$ m.
Cała droga P-K-Ł-M-P ma 1400 m, zatem drogę P-K-Ł policzymy odejmując od całej drogi odległość Ł-M-P, zatem 1400 m $- 800$ m $= 600$ m.

Zestaw 4.3.5 Mix po klasie 4

[Powrót]

Zad. 1. Ilona i Sławek kupili w tej samej cukierni pączki z marmoladą i muffinki czekoladowe. Za 2 pączki i 3 muffinki Ilona zapłaciła 21 zł. Za 3 pączki i 2 muffinki Sławek zapłacił 19 zł. Ile kosztował jeden pączek, a ile muffinka?

Zad. 2. Pewną liczbę, którą oznaczymy literą b, powiększono o $\frac{2}{3}$, a następnie otrzymany wynik zmniejszono o $\frac{3}{4}$, otrzymując ułamek $\frac{9}{4}$. Ile wynosi liczba b? Podaj jej wartość w postaci liczby mieszanej.

Zad. 3. Znajdź wszystkie liczby naturalne mniejsze 4000, których suma cyfr wynosi 29.

Zad. 4. Jeżeli 5 wiewiórek zjada 5 orzechów w ciągu 20 sekund, to w jakim czasie 100 wiewiórek zje 100 orzechów?

Zad. 5. Oblicz pole prostokąta, którego obwód wynosi 40 cm, a jeden bok jest trzy razy krótszy niż drugi bok.

[1]Zad. 1, 4, zadania autorskie
[2]Zad. 2, 5, K. Zarzycka, P. Zarzycki, Zbiór zadań Matematyka 4 z plusem, wyd. GWO
[3]Zad. 3, A. Żurek, P. Jędrejewicz, Zbiór zadań konkursowych dla klas 4-6, wyd. GWO 2020

Zestaw 4.3.5 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Pączek kosztował 3 zł, a muffinka 5 zł.

Rozwiązanie: 2 pączki i 3 muffinki kosztowały razem 21 zł, a 3 pączki i 2 muffinki kosztowały razem 19 zł. Zatem 5 pączków i 5 muffinek kosztowało łącznie 40 zł (21 zł + 19 zł = 40 zł). Kupując 1 pączka i 1 muffinkę należałoby zapłacić 5 razy mniej, czyli 40 zł : 5 = 8 zł. Ponieważ 2 pączki i 3 muffinki kosztowały 21 zł (2 razy zestaw pączek + muffinka i 1 muffinka), to 21 zł - 16 zł = 5 zł – koszt 1 muffinki. Czyli pączek kosztował 8 zł – 5zł = 3zł

Zad. 2. **Odp.** $b = 2\frac{1}{3}$.

Rozwiązanie: Zwiększmy otrzymany wynik o $\frac{3}{4}$, zatem:$\frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$. Od tego wyniku odejmijmy $\frac{2}{3}$, zatem: $3 - \frac{2}{3} = 2\frac{1}{3}$.

Zad. 3. **Odp.** Są to liczby 2999, 3899, 3989, 3998.

Rozwiązanie: Liczby mniejsze od 4000 mają cyfry tysięcy mniejsze od 4. Spośród tych liczb największą sumę cyfr ma liczba 3999, suma ta wynosi $3 + 9 + 9 + 9 = 30$. Szukane liczby o sumie cyfr 29 otrzymujemy zmniejszając o 1 odpowiednio cyfrę tysięcy, setek, dziesiątek i jedności liczby 3999.

Zad. 4. **Odp.** W czasie 20 s.

Rozwiązanie: 5 wiewiórek zjada 5 orzechów, stąd $5 : 5 = 1$, czyli jedna wiewiórka zjada jednego orzecha w czasie 20 s. W tym czasie 100 wiewiórek zje $100 \cdot 1 = 100$ orzechów.

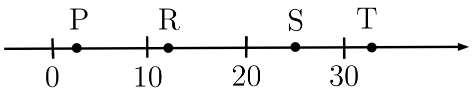
Zad. 5. **Odp.** Pole wynosi 75 cm^2.

Rozwiązanie: Oznaczmy krótszy bok przez a. Wtedy:
$3 \cdot a$ – dłuższy bok
Zatem obwód zapiszemy jako $2 \cdot a + 2 \cdot 3 \cdot a = 40$, skąd $a = 5$ cm, a więc dłuższy bok ma 15 cm. Pole wynosi $P = 5 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$.

Zestaw 4.3.6 Mix po klasie 4

[Powrót]

Zad. 1. Który z zaznaczonych punktów na osi liczbowej ma współrzędną równą $3^2 + 2^4$?



A) P B) R C) S D) T

Zad. 2. Kwadrat o boku 5 cm można rozciąć na prostokąty, z których każdy ma wymiary

A) 1 cm $\times$ 2 cm lub 1 cm $\times$ 4 cm

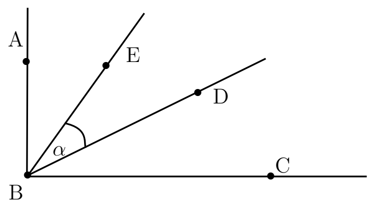
B) 1 cm $\times$ 2 cm lub 1 cm $\times$ 3 cm

C) 1 cm $\times$ 3 cm lub 1 cm $\times$ 4 cm

Zad. 3. Pan Jan zebrał ze swojego sadu 3200 kg jabłek. Podzielił te jabłka na trzy różne części: na sprzedaż, dla rodziny i dla siebie. Sprzedał pięć razy więcej jabłek niż dał rodzinie. Dla siebie pozostawił 200 kg. Ile kilogramów jabłek sprzedał?

A) 500 kg B) 2500 kg C) 200 kg D) 3000 kg

Zad. 4. Ile wynosi miara kąta α (patrz rysunek), jeśli kąt ABC jest kątem prostym, miara kąta CBE wynosi 55°, a miara kąta ABD wynosi 64°?



A) 35° B) 26° C) 29° D) 32°

Zad. 5. Wskaż prawdziwą równość (tylko jedna jest prawdziwa):

A) 8 zł 40 gr = 804 gr

B) 3 kg 20 dag = 3020 g

C) 3 doby 4 kwadranse = 72 godz.

D) 8 km 6 dm = 800060 cm

[1]Zad. 2, XVIII Olimpiada Matematyczna Juniorów Zawody pierwszego stopnia - część testowa, 29 września 2022.

[2]Zad. 1, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.3.6 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** C

Rozwiązanie: $3^2 + 2^4 = 9 + 16 = 25$ - punkt S

Zad. 2. **Odp.** B

Rozwiązanie: Jeśli rozcinasz na prostokąty 1 cm×2 cm to zostaje prostokąt 1 cm× 3 cm, ponieważ każdy bok kwadratu ma 5cm.

Zad. 3. **Odp.** B

Rozwiązanie: Zebrał 3200 kg. Dla siebie zostawił 200 kg. Dla rodziny i do sprzedaży miał 3200 kg − 200 kg = 3000 kg.
Sprzedał 5 razy więcej niż dał rodzinie, zatem 3000 kg : 6 = 500 kg.
Rodzinie dał 500 kg jabłek, a sprzedał 2500 kg.

Zad. 4. **Odp.** C

Rozwiązanie: Każdy kąt prosty ma miarę 90°. Kąt CBE ma miarę 55° kąt EBA – 35°. Kąt ADB ma miarę 64°, kąt CBD – 26°.
Zatem kąt ABC ma miarę $35^0 + 26^0 + \alpha = 90^0$.
$61° + \alpha = 90°$, stąd $\alpha = 29°$.

Zad. 5. **Odp.** D

Rozwiązanie: 8 zł 40 gr =840 gr$\neq$ 804 gr (F)
3 kg 20 dag = 3200 g $\neq$ 3020 g (F)
3 doby 4 kwadranse = 73 godz. $\neq$ 72 godz. (F)
8 km 6 dm = 800060 cm (P)

Zestaw 4.3.7 Mix po klasie 4

[Powrót]

Zad. 1. Pojemnik zawierał 70 litrów płynu. Po pewnym czasie w pojemniku zostało 5 razy mniej płynu niż było na początku. Ile litrów płynu zużyto?

Zad. 2. Jedna działka jest kwadratem o boku 80 m. Druga działka ma kształt prostokąta, którego długość jest o 42 m krótsza od boku kwadratu. Różnica obwodu działki kwadratowej i obwodu działki prostokątnej wynosi 192 m. Oblicz pole działki prostokątnej.

Zad. 3. Zapoznaj się z informacją:
„Kopernik MIKOŁAJ, urodzony 19 II 1473 w Toruniu, zmarł 24 V 1543 we Fromborku. Polski astronom, matematyk, lekarz, prawnik i ekonomista."
Zapisz znakami rzymskimi rok urodzenia i rok śmierci Mikołaja Kopernika.

Zad. 4. W wyrażeniu wstaw nawias tak, aby równość była prawdziwa:

$$6 - 38 : 19 + 2 : 2 = 5$$

Zad. 5. Wyznacz cztery liczby takie, że każda następna jest o $\frac{2}{5}$ większa od poprzedniej, zaś ostatnią liczbą jest $6\frac{3}{5}$.
a) Oblicz sumę tych liczb.
b) Oblicz różnicę liczby największej i najmniejszej.

[1]Zad. 1, S. Durydiwka, Zbiór zadań dla Asa, Oficyna Wydawniczo – poligraficzna i reklamowo – handlowa Adam
[2]Zad. 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 4.3.7 Mix po klasie 4

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Zużyto 56 l płynu.

Rozwiązanie: Na początku: 70 l
Zostało: $70 \text{ l} : 5 = 14 \text{ l}$
Ilość zużytego płynu: $70 \text{ l} - 14 \text{ l} = 56 \text{ l}$

Zad. 2. **Odp.** Pole prostokąta wynosi: 988 m^2.

Rozwiązanie: Obwód kwadratu $= 4 \cdot 80 \text{ m} = 320 \text{ m}$
Obwód prostokąta $= 320 \text{ m} - 192 \text{ m} = 128 \text{ m}$
Połowa obwodu prostokąta $= 64 \text{ m}$
1 bok prostokąta ma długość: $80 \text{ m} - 42 \text{ m} = 38 \text{ m}$
2 bok prostokąta ma długość: $64 \text{ m} - 38 \text{ m} = 26 \text{ m}$
Pole prostokąta: $38 \text{ m} \cdot 26 \text{ m} = 988 \text{ m}^2$

Zad. 3. **Odp.** Rok urodzin: 1473 MCDLXXIII
Rok śmierci: 1543 MDXLIII

Zad. 4. **Odp.** $6 - (38 : 19) + 2 : 2 = 5$

Zad. 5. **Odp.** a) Suma liczb wynosi 24;
b) Różnica największej i najmniejszej wynosi $1\frac{1}{5}$.

Rozwiązanie: Ostatnia liczba to: $6\frac{3}{5}$
Poprzednia to: $6\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = 6\frac{1}{5}$
Jeszcze wcześniejsza to: $6\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = 5\frac{4}{5}$
Pierwsza liczba to: $5\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = 5\frac{2}{5}$
Suma tych liczb wynosi: $5\frac{2}{5} + 5\frac{4}{5} + 6\frac{1}{5} + 6\frac{3}{5} = 22\frac{10}{5} = 24$
Różnica największej i najmniejszej to: $6\frac{3}{5} - 5\frac{2}{5} = 1\frac{1}{5}$.

Zestaw 5.1.1 Liczby, działania, własności liczb

[Powrót]

Zad. 1. Ślimak wspina się na drzewo wysokie na 10 m. W ciągu dnia podnosi się o 4 m, a w ciągu nocy obsuwa się o 3 m. Po ilu dniach ślimak dostanie się na wierzchołek drzewa?

Zad. 2. Do sklepu „Owocek” przywieziono 1340 kg jabłek, zapakowanych w skrzynki po 17 kg i po 23 kg. Lżejszych skrzynek było o 20 więcej niż cięższych. Ile skrzynek z jabłkami przywieziono do sklepu?

Zad. 3. Jaś zbiera metalowe samochodziki tzw. resoraki. Liczba samochodzików w jego kolekcji jest większa od 220, a mniejsza od 250 sztuk. Jeżeli Jaś ustawi resoraki w rzędach po 12 sztuk lub po 8 sztuk w każdym rzędzie to w każdym przypadku zostaje mu 7 samochodzików. Ile samochodzików liczy kolekcja Jasia?

Zad. 4. Iloczyn dwóch liczb naturalnych jest równy 840. Jeżeli jeden z czynników zwiększymy o 8, to wartość zwiększonego iloczynu będzie równa 960. Znajdź te liczby.

Zad. 5. Napisz 31 za pomocą pięciu piątek.

[1]Zad. 1, 5, H. Pawłowski, Olimpiady i konkursy matematyczne, Zadania dla szkół podstawowych i gimnazjów, Oficyna Wydawnicza „Tutor”, 2017

[2]Zad. 2, 3, 4, zadania autorskie

Zestaw 5.1.1 Liczby, działania, własności liczb

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Po upływie 7 dni.

Rozwiązanie: $6 \cdot 1 + 4 = 10$

Zad. 2. **Odp.** Do sklepu przywieziono 70 skrzynek z jabłkami.

Rozwiązanie: $17 \cdot 20 = 340 \quad 1340 - 340 = 1000$;
$1000 : 40 = 25 \quad 25 \cdot 2 + 20 = 70$

Zad. 3. **Odp.** Kolekcja Jasia liczy 235 samochodzików.

Rozwiązanie: Liczby podzielne przez 12 z resztą 7 to: 223, 235, 247.

Liczby podzielne przez 8 z resztą 7 to: 227, 235, 243.

Zad. 4. **Odp.** Szukane liczby to 15 i 56.

Rozwiązanie: $960 - 840 = 120$; $\quad 120 : 8 = 15$; $\quad 840 : 15 = 56$.

Zad. 5. **Odp.** $31 = 5 \cdot 5 + 5 + 5 : 5$

Zestaw 5.1.2 Liczby, działania, własności liczb

[Powrót]

Zad. 1. Szkoła ogłosiła zbiórkę nakrętek plastikowych, za każde 10 000 sztuk – nagroda. Czworo przyjaciół zbierało wspólnie, przynieśli: Ola – 2400, Natalia o 800 nakrętek mniej niż Ola, Kuba 2 razy więcej niż Natalia, a Wojtek o 500 nakrętek mniej od Kuby. Ile nakrętek zabrakło dzieciom do nagrody?

Zad. 2. Kasia z Zuzią umówiły się na film do kina. Kasia mieszka za miastem, więc żeby dotrzeć na miejsce najpierw jedzie busem 3,8 km, następnie metrem 1600 m i 0,2 km pokonuje pieszo. Zuzia zaś mieszka na obrzeżach miasta, więc do stacji mera idzie pieszo 150 m, metrem jedzie 3,8 km, a na koniec, wypożycza hulajnogę i jedzie 700 m. Która z dziewcząt ma bliżej do kina i o ile?

Zad. 3. W spiżarni na trzech półkach stało razem 150 słoików. Gdyby 7 słoików z pierwszej półki przestawić na półkę drugą, 12 słoików z drugiej półki — na trzecią, a 17 słoików z trzeciej — na pierwszą półkę, to na każdej półce byłoby po tyle samo słoików. Ile słoików stało na każdej półce na początku?

Zad. 4. Ania mieszka w Stanach Zjednoczonych, a jej siostra Zosia w Hiszpanii, zaś ich babcia Ewa, która ma 89 lat w Krakowie w Polsce. Dziewczyny począwszy od swoich 20-tych urodzin przyjeżdżały do babci na święta Bożego Narodzenia, Ania co 3 lata, a Zosia co 2 lata. Oblicz, ile razy wspólnie do tej pory razem we trzy spędziły święta.

Zad. 5. Rodzina Amelki wyjechała na wakacje samochodem. W podróż wyruszyła o godzinie 6:40, a na miejsce dotarła o 15:15. W trakcie podróży zatrzymali się na dwie przerwy 15 – minutowe i jedną przerwę obiadową, która trwała 25 minut. Ile czasu zajęła rodzinie Amelki sama jazda samochodem podczas tej podróży?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.1.2 Liczby, działania, własności liczb

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Dzieciom zabrakło do nagrody 100 nakrętek.

Rozwiązanie: Ola 2400;
Natalia $2400 - 800 = 1600$,
Kuba $2 \cdot 1600 = 3200$,
Wojtek $3200 - 500 = 2700$,
$2400 + 1600 + 3200 + 2700 = 9900, \quad 10000 - 9900 = 100$ nakrętek.

Zad. 2. **Odp.** Kasia ma dalej o 0,95 km lub o 950 m (gdy liczymy w m).

Rozwiązanie: Kasia $3,8$ km $+ 1,6$ km $+ 0,2$ km $= 5,6$ km,
Zuzia $0,15$ km $+ 3,8$ km $+ 0,7$ km $= 4,65$ km,
$5,60$ km $- 4,65$ km $= 0,95$ km.

Zad. 3. **Odp.** Na półkach odpowiednio stało: na I-40, II-55, III-55 słoików.

Rozwiązanie: I półka: $50 + 7 - 17 = 40$;
II półka: $50 - 7 + 12 = 55$;
III półka: $50 - 12 + 17 = 55$.

Zad. 4. **Odp.** Wspólnie we trzy spędziły 12 razy święta.

Rozwiązanie: NWW $(2, 3) = 6$
20, 26, 32, 38, 44, 5, 56, 62, 68, 74, 80, 86 łącznie 12 razy.

Zad. 5. **Odp.** Samochodem łącznie jechali 7 godz.40 min.

Rozwiązanie: Od 6:40 do 15:15 jest 8 godz.35 min.
Przerwy: $2 \cdot 15$ min+25 min=55 min.
8 godz.35 min-55 min=7 godz.40 min.

Zestaw 5.1.3 Liczby, działania, własności liczb

[Powrót]

Zad. 1. Dzieci stoją w rzędzie, jedno za drugim. Kacper mówi: „10 dzieci przede mną i 10 za mną”. Zosia mówi: „15 dzieci przede mną”.
a) Ile dzieci stoi za Zosią?
b) Ile dzieci stoi między Zosią, a Kacprem?

Zad. 2. W pewnym zbiorze jest 60 zadań z geometrii. Igor postanowił, że rozwiąże je wszystkie: w poniedziałek jedno, we wtorek dwa i w każdy kolejny dzień o jedno zadanie więcej. Ostatniego dnia rozwiąże to, co pozostanie. W którym dniu tygodnia Igor rozwiąże ostatnie zadanie, ile zadań w tym dniu rozwiąże?

Zad. 3. Kopciuszek miał 100 ziarenek piasku. Wszystkie ziarenka włożył do pięciu miseczek w ten sposób, że w pierwszych dwóch miseczkach jest łącznie 30 ziarenek, w drugiej i trzeciej miseczce łącznie 33 ziarenka, w trzeciej i czwartej miseczce jest razem 41 ziarenek, a w piątej miseczce jest o 11 ziarenek więcej niż w pierwszej. Do której miseczki Kopciuszek włożył najmniej ziarenek?

Zad. 4. Wszystkie smoki i smoczyce ze Smokowa mają po 4 łapy. Każdy samiec ma 4 głowy, a każda samica ma 3 głowy. Na początku jesieni pewna smocza rodzina kupiła łącznie 38 czapek i 44 sztuki kaloszy. Każdy członek rodziny na każdą swoją głowę założył 1 czapkę, a na każdą swoją łapę założył 1 kalosz. Ile smoków i ile smoczyc liczy ta rodzina?

Zad. 5. Pan Jan tak mówi o numerze swojego mieszkania: „Ten numer jest liczbą większą od 50, ale mniejszą od 90. Ten numer jest liczbą nieparzystą, której suma cyfr jest równa 15. Cyfra dziesiątek tego numeru jest większa niż cyfra jedności”. Pod jakim numerem mieszka pan Jan?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, opracowanie na podst. „Matematyczna Gwiazdki.” Joanna i Jerzy Bednarczuk

Zestaw 5.1.3 Liczby, działania, własności liczb

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** a) 5 b) 4

Rozwiązanie:

przód											Kacper					Zosia				

Zad. 2. **Odp.** W czwartek będzie to 5 zadań.

Rozwiązanie:

Pn - 1 Pn - 8
Wt - 2 Wt - 9
Śr - 3 Śr - 10
Czw - 4 Do tego dnia rozwiązał 55 zadań, zatem w czwartek musi rozwiązać 5.
Pt - 5
Sb - 6
Ndz - 7

Zad. 3. **Odp.** Do drugiej.

Rozwiązanie: W pierwszych czterech miseczkach jest łącznie $30+41 = 71$ ziarenek, więc w piatej miseczce jest $100 - 71 = 29$ ziarenek. W takim razie w pierwszej miseczce jest $29 - 11 = 18$,
w drugiej $30 - 18 = 12$ ziarenek,
w trzeciej $33 - 12 = 21$ ziarenek,
w czwartej $41 - 20 = 21$.
Najmniej ziarenek jest w drugiej miseczce.

Zad. 4. **Odp.** 5 smoków i 6 smoczyc.

Rozwiązanie: Każdy smok ma 4 łapy więc $44 : 4 = 11$ członków rodziny. Jeżeli każdy smok ma 4 głowy, a każda smoczyca ma 3 głowy, więc metodą prób i błędów możemy obliczyć, że $5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 38$.

Zad. 5. **Odp.** Jedyną liczbą spełniającą te warunki jest liczba 87.

Zestaw 5.1.4 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Średnia arytmetyczna czterech liczb jest równa 3,8. O ile zmieni się średnia arytmetyczna, jeżeli dodamy do tych liczb 12,72?

Zad. 2. Ala kupiła pięć czekolad i dwie paczki ciastek i zapłaciła za zakupy 31,49 zł. Ola kupiła dwie takie same czekolady i dwie paczki takich samych ciastek i zapłaciła za zakupy 16,94 zł. Antek kupił trzy takie czekolady i jedną paczkę ciastek. Ile zapłacił za zakupy?

Zad. 3. Pod kasztanowcem leżały kasztany. Jaś wziął $\frac{1}{11}$ z nich, a Małgosia tylko cztery. Razem mieli $\frac{1}{9}$ wszystkich kasztanów. Ile kasztanów zostało pod kasztanowcem?

Zad. 4. Szerokość prostokąta jest równa 750 mm. Jeżeli jego długość zmniejszymy o $6\frac{3}{5}$ cm, to pole tak otrzymanego prostokąta będzie równe $62,55$ dm^2. Ile wynosił obwód prostokąta przed zmianą wymiarów?

Zad. 5. Mieszkanie Misia Uszatka ma dwa pokoje. Duży pokój jest trzy razy większy od małego i zajmuje połowę powierzchni mieszkania. Powierzchnia kuchni stanowi $\frac{1}{7}$, a łazienki $\frac{1}{12}$ powierzchni mieszkania. Jaką powierzchnię ma mieszkanie, jeśli przedpokój ma wymiary 1,5 m x 3 m ?

[1] Zad. 1, 2, 4, zadania autorskie

[2] Zad. 3, 5, A. Żurek, P. Jędrzejewicz, Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej, GWO, 2015

Zestaw 5.1.4 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Średnia zwiększy się o 1,784

Rozwiązanie: $(4 \cdot 3,8 + 12,72) : 5 = 5,584$,
$5,584 - 3,8 = 1,784$.

Zad. 2. **Odp.** Antek zapłacił za zakupy 18,17 zł.

Rozwiązanie: 31,49 – 16,94 = 14,55 – cena trzech czekolad;
4,85 – cena jednej czekolady;
$16,94 - 2 \cdot 4,85 = 7,24$ – cena dwóch paczek ciastek;
3,62 – cena jednej paczki ciastek;
$3 \cdot 4,85 + 3,62 = 18,17$ zł.

Zad. 3. **Odp.** Pod kasztanowcem zostało 176 kasztanów.

Rozwiązanie: $\frac{1}{9}$ kasztanów – kasztany Jasia i Małgosi,
$\frac{1}{11}$ kasztanów – kasztany Jasia, $\frac{1}{9} - \frac{1}{11} = \frac{2}{99}$;
$\frac{2}{99}$ kasztanów – kasztany Małgosi – 4 kasztany. Więc wszystkich kasztanów jest 198.
Zatem $\frac{1}{9} \cdot 198 = 22$.
198 – 22 = 176.

Zad. 4. **Odp.** Obwód prostokąta wynosił przed zmianą 330 cm.

Rozwiązanie: 6255 cm : 75 cm = 83,4 cm. 83,4 cm + 6,6 cm = 90 cm.
$\text{Obw} = 2 \cdot 75 + 2 \cdot 90 = 330$.

Zad. 5. **Odp.** Powierzchnia mieszkania wynosi 42 m^2.

Rozwiązanie: $\frac{1}{2}$ mieszkania – duży pokój, $\frac{1}{6}$ mieszkania – mały pokój, $\frac{1}{7}$ mieszkania – kuchnia, $\frac{1}{12}$ mieszkania – łazienka.
$1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{12}) = \frac{3}{28}$
$1,5 \cdot 3 = 4,5\ m^2$ – przedpokój. $\frac{3}{28}$ mieszkania to $4,5\ m^2$.

Zestaw 5.1.5 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Poniżej zapisano niektóre ceny warzyw i owoców za kg sprzedawanych w osiedlowym sklepiku „KOPEREK”. Korzystając z tych informacji, oblicz, ile złotych trzeba zapłacić za zakupy: 0,5 kg marchwi i 2 kg ziemniaków, półtora kilograma jabłek i pół kilograma winogron?

Ceny warzyw i owoców:
Jabłka – 2 zł 40 gr
Banany – 5,60 zł
Winogrona – 9,80 zł
Marchew – 360 gr
Ziemniaki – 80 gr
Ogórki – 3 zł

Zad. 2. Kłapouchy wędrował do Kubusia na urodziny, garnek pełen miodu, który niósł mu w prezencie, ważył 5 kg. W połowie drogi dołączył do niego Tygrysek lecz nie miał prezentu. Kłapouchy oddał mu $\frac{1}{2}$ miodu, wówczas garnek ważył jedynie 3 kg. Ile kilogramów miodu było w garnku na początku?

Zad. 3. Marcel razem z mamą wybrali się na grzyby. Mama znalazła 56 borowików, zaś chłopiec $\frac{3}{4}$ tego co mama. Wśród grzybów Marcela $\frac{1}{6}$ to grzyby trujące. Ile grzybów jadalnych znalazł chłopiec?

Zad. 4. Antek i jego czterej koledzy wyruszyli na tygodniowy biwak. Wszyscy razem codziennie zjadali $3\frac{3}{4}$ bochenka chleba. Piątego dnia dołączyli do nich jeszcze trzej koledzy i odtąd codziennie cała grupa zjadała $5\frac{1}{3}$ bochenka. Chłopcy za każdym razem dzielili chleb na równe porcje. Ile chleba zjadł Antek podczas całego biwaku?

Zad. 5. Pani Maria prowadzi gospodarstwo ekologiczne o powierzchni 7,6 ha. Połowę areału zajmują ziemniaki, 0,4 pozostałej części obsadziła kapustą, a na reszcie rośnie marchewka. Ile ha powierzchni gospodarstwa zajmuje marchewka?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.1.5 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Za zakupy trzeba zapłacić 11,90zł.

Rozwiązanie: $\frac{1}{2} \cdot 360$ gr $= 180$ gr $= 1,80$ zł marchew
$2 \cdot 80$ gr $= 160$ gr $= 1,60$ zł ziemniaki
$1,5 \cdot 2,40$ zł $= 3,60$ zł jabłka
$0,5 \cdot 9,80$ zł $= 4,90$ zł winogrona
$1,80 + 1,60 + 3,60 + 4,90 = 11,90$ zł.

Zad. 2. **Odp.** Na początku było 4 kg miodu.

Rozwiązanie: $5 - 2 = 3$ kg; $\quad 2 \cdot 2 = 4$ kg.

Zad. 3. **Odp.** Chłopiec znalazł 35 grzybów jadalnych.

Rozwiązanie: $56 \cdot \frac{3}{4} = 42$
$\frac{1}{6} \cdot 42 = 7; \quad 42 - 7 = 35$

Zad. 4. **Odp.** Antek zjadł 5 chlebów.

Rozwiązanie: $3\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4}, \quad \frac{3}{4} \cdot 4$ dni $= 3$ - tyle chlebów zjadł Antek przez pierwsze 4 dni.
$5\frac{1}{3} : 8 = \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3} \cdot 3$ dni $= 2$ - tyle chlebów zjadł Antek przez następne 3 dni.
3+2=5.

Zad. 5. **Odp.** Marchewka zajmuje 2,28 ha powierzchni gospodarstwa.

Rozwiązanie: $7,6 : 2 = 3,8$
$3,8 \cdot 0,4 = 1,52;$
$3,8 - 1,52 = 2,28.$

Zestaw 5.1.6 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Państwo Kowalscy są właścicielami działki o powierzchni $2,64$ ha. Jedną trzecią tej powierzchni zajmuje las. Połowę pozostałej części zajmuje sad, a reszta to ogród. Jaką powierzchnię zajmuje ogród?

Zad. 2. Krzyś policzył drzewa w sadzie i powiedział, że $\frac{5}{6}$ wszystkich drzew plus półtora drzewa jest równe liczbie drzew w tym sadzie. Ile jest drzew w sadzie?

Zad. 3. Znajdź liczbę $2\frac{1}{6}$ razy mniejszą od sumy odwrotności liczb $\frac{2}{3}$ i $1\frac{1}{2}$.

Zad. 4. Alicja wczoraj obliczyła, że średnia trzech jej ocen z geografii wynosi $3,0$. Jaką ocenę dziś dostała, jeśli teraz jej średnia wynosi $3,5$?

Zad. 5. Po przejechaniu $\frac{5}{8}$ długości trasy do celu pozostało 54 km. Jaką długość miała ta trasa?

[1]Zad. 1, 4, zadania autorskie
[2]Zad. 2, A. Żurek, P. Jedrzejewicz, Zbiór zadań konkursowych dla klas 4-6, wyd. GWO 2020
[3]Zad. 3, K. Zarzycka, P. Zarzycki, Zbiór zadań Matematyka 5 z plusem, wyd. GWO
[4]Zad. 5, Zbiór zadań z konkursu Kangur Matematyczny BENIAMIN wyd. Aksjomat – Toruń, 2018

Zestaw 5.1.6 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Ogród zajmuje $0,88$ ha powierzchni.

Rozwiązanie: Skoro las zajmuje jedną trzecią powierzchni działki, to:
$2,64$ ha : $3 = 0,88$ ha. Zatem ogród zajmuje:
$2,64$ ha $- 0,88$ ha $= 1,76$ ha
$1,76$ ha : $2 = 0,88$ ha.

Zad. 2. **Odp.** W sadzie jest 9 drzew.

Rozwiązanie: Jeśli $\frac{5}{6}$ liczby drzew plus półtora drzewa jest równe liczbie drzew, to półtora drzewa stanowi $\frac{1}{6}$ liczby drzew. Zatem liczba drzew w sadzie jest równa $6 \cdot 1,5 = 9$.

Zad. 3. **Odp.** Szukaną liczbą jest 1.

Rozwiązanie: Odwrotnością liczby $\frac{2}{3}$ jest liczba $\frac{3}{2}$, zaś odwrotnością liczby $1\frac{1}{2}$ jest liczba $\frac{2}{3}$. Zatem suma tych odwrotności jest równa: $\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = 2\frac{1}{6}$. Stąd liczba $2\frac{1}{6}$ razy mniejsza od $2\frac{1}{6}$ to 1.

Zad. 4. **Odp.** Alicja dostała dziś 5.

Rozwiązanie: Średnia z trzech ocen wynosi $3,0$, zatem suma tych ocen jest równa $3 \cdot 3,0 = 9,0$. Średnia z czterech ocen wynosi $3,5$, gdy suma tych ocen wynosi $4 \cdot 3,5 = 14,0$. Stąd Alicja otrzymała $14 - 9 = 5$.

Zad. 5. **Odp.** Ta trasa miała 144 km długości.

Rozwiązanie: Pozostałe do pokonania 54 km stanowią $\frac{3}{8}$ całej długości trasy. Stąd $\frac{1}{8}$ tej długości jest równe 54 km : $3 = 18$ km, a zatem trasa ma długość $8 \cdot 18$ km $=$
$= 144$ km.

Zestaw 5.1.7 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad. 1. Kuba miał pełną szklankę czarnej kawy. Najpierw wypił $\frac{1}{6}$ szklanki kawy i dolał mleka do pełna, następnie wypił $\frac{1}{3}$ szklanki kawy z mlekiem i znów dolał mleka do pełna. Potem wypił połowę zawartości szklanki i ponownie uzupełnił ją mlekiem, a w końcu wypił wszystko z tej szklanki. Czego Kuba wypił więcej czarnej kawy czy mleka?

Zad. 2. Oblicz w jak najprostszy sposób.

$$\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}+\frac{7}{10}-\frac{1}{5}+\frac{9}{14}-\frac{1}{7}+\frac{11}{18}-\frac{1}{9}+\frac{13}{22}-\frac{1}{11}+\frac{15}{26}-\frac{1}{13}$$

Zad. 3 Alcest przyniósł do szkoły rogaliki z czekoladą. Na pierwszej przerwie zjadł $0,6$ tych rogalików, na drugiej przerwie zjadł $0,75$ pozostałych rogalików, a na trzeciej przerwie zjadł ostatnie 3 rogaliki. Ile rogalików zabrał ze sobą tego dnia do szkoły?

Zad. 4. Puste naczynie napełniono wodą do połowy jego pojemności, a następnie dolano jeszcze trzecią część całości. Wtedy okazało się, że w naczyniu jest 55 litrów wody. Ile litrów należy dolać, aby wypełnić całe naczynie?

Zad. 5. Staw w Żabiej Woli zarastał rzęsą, a obszar już zarośnięty podwajał się co 3 dni. Cały staw zarósł rzęsą w ciągu 60 dni. Po ilu dniach zarośnięte było ćwierć stawu w Żabiej Woli?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, Opracowanie na podstawie J. i J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki

Zestaw 5.1.7 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Tyle samo.

Rozwiązanie: Musimy najpierw zauważyć,że Kuba wypił całą kawę jaką miał czyli 1 szklankę. Dolewając mleka uzyskiwał $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1$ co daje nam całą 1 szklankę.

Zad. 2. **Odp.** $3,5$.

Rozwiązanie: Po odpowiednim pogrupowaniu ułamków otrzymamy

$$\frac{1}{2}+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{7}{10}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{9}{14}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{11}{18}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{13}{22}-\frac{1}{11}\right)+$$
$$+\left(\frac{15}{26}-\frac{1}{13}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}.$$

Zad. 3. **Odp.** 30 rogalików.

Rozwiązanie: $0,6$ - tyle zjadł na samym początku na pierwszej przerwie
$0,4$ - tyle mu zostało
$0,75\cdot 0,4=0,3$ - tyle zjadł na drugiej przerwie
$0,4-0,3=0,1$ - tyle mu zostało
Skoro została mu $0,1$ całości 3 rogaliki, mnożymy razy 10 i otrzymujemy że na początku miał 30 rogalików.

Zad. 4. **Odp.** 11 litrów.

Rozwiązanie: Zacznijmy na początku od określenia jaka część naczynia została już napełniona.
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$
Rozszerzamy, aby otrzymać w liczniku 55.
$\frac{5}{6}=\frac{55}{66}$ - widzimy, że po rozszerzeniu całe naczynie ma 66 litrów, więc aby wypełnić je w całości potrzebujemy 11 litrów.

Zad. 5. **Odp.** 54 dni.

Rozwiązanie: Skoro cały staw zarósł po 60 dniach, pół stawu było zarośnięte po $60-3=57$ dniach a ćwierć stawu analogicznie po $57-3=54$ dniach.

Zestaw 5.1.8 Ułamki zwykłe i dziesiętne

[Powrót]

Zad.1. Mamy 5 liczb, z których każda następna jest o $1\frac{1}{3}$ większa od poprzedniej. Ostatnią z tych liczb jest $8\frac{1}{2}$. Oblicz sumę tych pięciu liczb.

Zad.2. Za 4 kg jabłek zapłacono 21 zł. Ile kosztuje kilogram tych jabłek?

Zad.3. Jakim ułamkiem metra jest $2\frac{1}{2}$ cm ?

Zad.4. Na przyjęciu imieninowym, w którym uczestniczy 14 dzieci, podano duży tort. Pierwsze dziecko wzięło $\frac{1}{5}$ tortu, drugie dziecko $\frac{1}{6}$ z tego co zostało. Zjadłszy swoje porcje natychmiast się ulotnili. Wtedy pozostałe 12 dzieci postanowiło resztę tortu podzielić równo pomiędzy siebie. Jaką część całego tortu otrzymało każde z nich?

Zad.5. Bartek dostał od mamy 100 zł kieszonkowego. W pierwszym tygodniu wydał $0,2$ wszystkich pieniędzy, w drugim tygodniu $\frac{1}{4}$ reszty, a w trzecim tygodniu 25 zł. Ile pieniędzy zostało Bartkowi po trzech tygodniach?

[1]Zad. 1, 2, 3, zadania autorskie

[2]Zad. 4, Matematyka z wesołym Kangurem, wyd. Aksjomat Toruń

[3]Zad. 5, M. Bladowska, Pomyśl i oblicz. Zbiór zadań i testów z matematyki dla uczniów klas V i VI szkoły podstawowej

Zestaw 5.1.8 Ułamki zwykłe i dziesiętne

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Suma tych liczb wynosi $29\frac{1}{6}$.

Rozwiązanie: $8\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 8\frac{3}{6} - 1\frac{2}{6} = 7\frac{1}{6}$;
$7\frac{1}{6} - 1\frac{2}{6} = 5\frac{5}{6}$;
$5\frac{5}{6} - 1\frac{2}{6} = 4\frac{3}{6}$;
$4\frac{3}{6} - 1\frac{2}{6} = 3\frac{1}{6}$
Suma: $8\frac{3}{6} + 7\frac{1}{6} + 5\frac{5}{6} + 4\frac{3}{6} + 3\frac{1}{6} = 29\frac{1}{6}$

Zad.2. **Odp.** Kilogram jabłek kosztuje 5 zł i 25 gr.

Rozwiązanie: $21 : 4 = \frac{2}{14} = 5\frac{1}{4}$ zł

$5\frac{1}{4}$ zł$= 5,25$ zł$=$ 5 zł i 25 gr

Zad.3. **Odp.** $\frac{1}{40}$ m.

Rozwiązanie:1 cm $= \frac{1}{100}$ m

$2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{40}$ m

Zad.4. **Odp.** Każde z pozostałych dzieci otrzymało po $\frac{1}{18}$ tortu.

Rozwiązanie: Pierwsze dziecko zjadło $\frac{1}{5}$ tortu, więc zostało $\frac{4}{5}$.

Drugie dziecko zjadło $\frac{1}{6}$ z tego co zostało, więc $\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{15}$ tortu.

Pierwsze i drugie razem: $\frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$. Zostało $\frac{2}{3}$ tortu.

Każde z pozostałych dzieci: $\frac{2}{3} : 12 = \frac{1}{18}$.

Zad.5. **Odp.** Bartkowi zostało 35 zł.

Rozwiązanie: Pierwszy tydzień: $0,2 \cdot 100$ zł $= 20$ zł

Drugi tydzień: $\frac{1}{4} \cdot (100 - 20)$ zł$= 20$ zł

Wydatki w ciągu trzech tygodni: $20 + 20 + 25 = 65$ zł

Pozostała kwota: $100 - 65 = 35$ zł

Zestaw 5.2.1 Figury geometryczne, pola figur

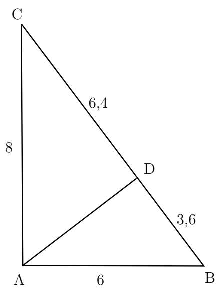
[Powrót]

Zad. 1. Pani Maria jest właścicielką prostokątnej działki rekreacyjnej o wymiarach 28 m × 30 m a pani Zosia działki o powierzchni 8,5 a. Działka której pani jest większa i o ile? Wynik podaj w metrach kwadratowych.

Zad. 2. Na prostokątnym trawniku o wymiarach 7 m i 4 m zaplanowano klomb w kształcie rombu, którego przekątne będą równoległe do boków trawnika. Jakie pole będzie miał największy możliwy klomb? Powierzchnię klombu podaj w arach i hektarach.

Zad. 3. Jak zmieni się pole rombu, jeśli jego bok zmniejszymy dwa razy a wysokość zwiększymy cztery razy?

Zad. 4. Trójkąt ABC jest prostokątny. Oblicz pole trójkąta ACD wiedząc, że odcinek AD to wysokość trójkąta ABC.



Zad. 5. Wokół kwadratowej działki o obwodzie 64 m biegnie ścieżka o szerokości $1,3$ m. Jaką powierzchnię ma ta ścieżka?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.2.1 Figury geometryczne, pola figur

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Działka pani Zosi jest większa o 10 m^2.

Rozwiązanie: $28 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} = 840 \text{ m}^2 = 8,4 \text{ a}$
$8,5 - 8,4 = 0,1 \text{ a} = 10 \text{ m}^2$.

Zad. 2. **Odp.** Pole powierzchni największego klombu wynosi $14 \text{ m}^2 = 0,14 \text{ a} = 0,0014 \text{ ha}$

Zad. 3. **Odp.** Pole rombu zwiększy się dwa razy.

Zad. 4. **Odp.** $P_{ACD} = 15,36$.

Rozwiązanie: $P_{ABC} = 24$.

$$24 = \frac{(6,4+3,6)\cdot h}{2}; \quad \text{stąd } h = 4,8;$$

$$P_{ACD} = \frac{6,4 \cdot 4,8}{2} = 15,36$$

.

Zad. 5. **Odp.** Powierzchnia ścieżki wynosi $89,96 \text{ m}^2$.

Rozwiązanie: Bok działki - 16 m,
bok działki ze ścieżką - 18,6 m,
powierzchnia ścieżki - $18,6 \cdot 18,6 - 256 = 89,96 \text{ m}^2$.

Zestaw 5.2.2 Figury geometryczne, pola figur

[Powrót]

Zad. 1. Pole pewnego prostokąta, zbudowanego z 8 jednakowych kwadratów wynosi 288 cm^2. Jaką długość ma bok jednego z tych kwadratów?

Zad. 2. Z kartki o wymiarach 20 cm $\times$ 30 cm Kasia najpierw odcięła z jednego narożnika prostokąt o bokach 5 cm $\times$ 12 cm, a z drugiego kwadrat o boku 7 cm. Jakie jest pole figury, która pozostała?

Zad. 3. Obwód kwadratu na planie wykonanym w skali 1 : 8 jest równy 32 cm. Jaki jest obwód tego kwadratu w skali 1 : 2?

Zad. 4. Ogródek ma kształt prostokąta o wymiarach $12,6$ m $\times$ 9 m. Ile płytek o wymiarach 30 cm $\times$ 30 cm należy przygotować, aby wykonać chodnik szerokości $1,2$ m wokół niego?

Zad. 5. Mamy dwa trójkąty: ABC równoboczny i ABD prostokątny, równoramienny. Trójkąty połączone są podstawami ale nie nachodzą na siebie. Jaka jest miara kąta CAD? Podaj wszystkie możliwości.

[1] Zad. 1 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.2.2 Figury geometryczne, pola figur

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Długość boku jednego (dowolnego) kwadratu wynosi 6 cm.

Rozwiązanie: $288 \text{ cm}^2 : 8 = 36 \text{ cm}^2$, $\quad$ P$= a^2$
$a = 36 \text{ cm}^2 : 6 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.

Zad. 2. **Odp.** Pole powstałej figury wynosi 491 cm^2.

Rozwiązanie: Pole kartki $P{=}20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^2$
$P_1 = 5 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2$
$P_2 = 7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 49 \text{ cm}^2$
$P_1 + P_2 = 60 \text{ cm}^2 + 49 \text{ cm}^2 = 109 \text{ cm}^2$
Pole figury $P_f = 600 \text{ cm}^2 - 109 \text{ cm}^2 = 491 \text{ cm}^2$

Zad. 3. **Odp.** Obwód kwadratu w skali 1:2 wynosi 128 cm.

Rozwiązanie:
$1 : 8 \quad a{=}32 \text{ cm} : 4 = 8 \text{ cm}$
$1 : 1 \quad a{=}8 \text{ cm} \cdot 8 = 64 \text{ cm}$
$1 : 2 \quad a{=}64 \text{ cm} : 2 = 32 \text{ cm}$
Ob.$=32 \text{ cm} \cdot 4 = 128 \text{ cm}$.

Zad. 4. **Odp.** Na chodnik dookoła ogródka należy przygotować 640 płytek.

Rozwiązanie: Na szerokość 1,2 m wejdą 4 płytki (30 cm $\times$ 30 cm)
Dłuższy bok $=12,6$ m, zatem $1260 \text{ cm} : 30 \text{ cm} = 42$ płytki, $\quad 4 \cdot 42 = 168$ płytek
Krótszy bok $=9$ m, więc $900 \text{ cm} : 30 \text{ cm} = 30$ płytek, $\quad 4 \cdot 30 = 120$ płytek
$2 \cdot (120 + 168) = 2 \cdot 288 = 576$ płytek
Narożniki: 4 płytki$\cdot$4 płytki$=$16 płytek; 4 narożniki$\cdot$16 płytek$=$ 64 płytki
$576 + 64 = 640$ płytek

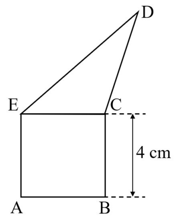
Zad. 5. **Odp.** Kąt CAD może mieć $150°$ lub $105°$.

Rozwiązanie: Trójkąt równoboczny ma wszystkie kąty po $60°$, trójkąt prostokątny, równoramienny ma kąty $90°, 45°, 45°$.
I opcja $60° + 90° = 150°$
II opcja $60° + 45° = 105°$.

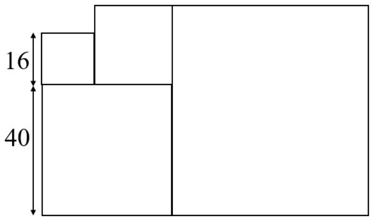
Zestaw 5.2.3 Figury geometryczne, pola figur

[Powrót]

Zad. 1. Trójkąt i kwadrat na rysunku obok mają równe obwody. Ile jest równy obwód pięciokąta ABCDE?

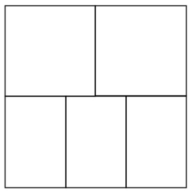


Zad. 2.

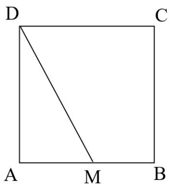


Cztery kwadratowe płytki ułożono tak, jak na rysunku obok. Długości dwóch z tych płytek zaznaczono na rysunku. Jaka jest długość boku największej płytki?

Zad. 3. Pięć dziewcząt ułożyło na plaży kwadrat ze swoich ręczników kąpielowych (rysunek). Ręczniki Ani i Basi mają kształt kwadratów o obwodach 720 cm. Ręczniki Celiny, Doroty i Eli mają kształty jednakowych prostokątów. Ile wynosi ich obwód?

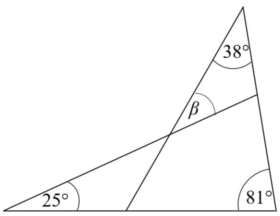


Zad. 4.



Czworokąt ABCD jest kwadratem, a punkt M jest środkiem boku AB. Pole trójkąta AMD wynosi 7 cm^2. Oblicz pole kwadratu ABCD.

Zad. 5. Oblicz miarę kąta β.



[1]Zad. 1, 2, 3, 4, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki Matematyka bez formuł, wyd. Aksjomat, 2016
[2]Zad. 5, Joanna Bednarczuk, Jerzy Bednarczuk Matematyczne gwiazdki, wyd, Aksjomat, 2020

Zestaw 5.2.3 Figury geometryczne, pola figur

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Obwód pięciokąta jest równy 24 cm.

Rozwiązanie: Ponieważ bok kwadratu ma długość 4 cm, więc obwód kwadratu jest równy 16 cm. Stąd obwód trójkąta jest też równy 16 cm. Obwód pięciokąta równa się sumie obwodów kwadratu i trójkąta pomniejszonej o dwie długości wspólnego boku czyli o 8 cm. Zatem obwód pięciokąta to 16 cm + 16 cm − 8 cm = 24 cm.

Zad. 2. **Odp.** Długość boku największej płytki jest równa 64.

Rozwiązanie: Zauważmy na podstawie rysunku, że najmniejszy i drugi co do wielkości kwadrat mają boki o sumie długości równej 40. Najmniejsza płytka ma bok długości 16, zatem druga ma bok długości 24. Suma długości boków drugiej i trzeciej co do wielkości płytki jest równa $24 + 40 = 64$ i jednocześnie jest to długość boku największej płytki.

Zad. 3. **Odp.** Ręczniki te mają obwody po 600 cm.

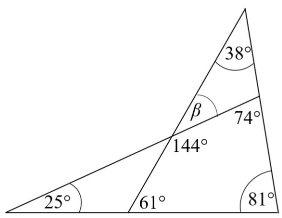
Rozwiązanie: Długość boku ręcznika Ani (lub Basi) jest równa 720 cm : 4 = 180 cm. Prostokąt, na którym leżą ręczniki Celiny, Doroty i Eli, ma długość 360 cm i szerokość 180 cm. Pojedynczy taki ręcznik ma więc wymiary 120 cm × 180 cm, stąd jego obwód jest równy $2 \cdot 120$ cm + $2 \cdot 180$ cm = 600 cm.

Zad. 4. **Odp.** Pole kwadratu ABCD jest równe 28 cm^2.

Rozwiązanie: Wystarczy zauważyć, że pole kwadratu jest 4 razy większe od pola tego trójkąta.

Zad. 5. **Odp.** Kąt $\beta = 36°$

Rozwiązanie:



Zestaw 5.2.4 Graniastosłupy

[Powrót]

Zad. 1. Drewniany sześcian pomalowano na czerwono, a następnie rozcięto na 125 jednakowych małych sześcianów. Ile małych sześcianów nie ma żadnej czerwonej ściany? Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 2. Dane są trzy sześciany ze srebra (pełne w środku). Krawędź pierwszego ma długość 3 cm, drugiego 4 cm, a trzeciego 5 cm. Te trzy sześciany stopiono i odlano z nich jeden duży sześcian. Oblicz długość jego krawędzi.

Zad. 3. Oblicz ile razy zwiększy się objętość graniastosłupa o podstawie prostokąta 16 cm $\times$ 20 cm i wysokości 3 dm, jeśli wymiary podstawy zwiększymy dwukrotnie.

Zad. 4. Pole całkowite graniastosłupa o podstawie kwadratu wynosi 320 m^2. Oblicz pole jednej ściany bocznej wiedząc, że obwód podstawy wynosi 32 m.

Zad. 5. Ile litrów wody należy wlać do akwarium o wymiarach 30 cm $\times$ 60 cm $\times$ 28 cm aby napełnić je do $\frac{3}{4}$ wysokości?

[1] Zad. 1, 2, J, J Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat Toruń 2019
[2] Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.2.4 Graniastosłupy

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** To sześcian o krawędzi 5. Wszystkie małe sześciany, które nie mają żadnej czerwonej ściany, tworzą sześcian o krawędzi długości 3, takich małych sześcianów bez żadnej czerwonej krawędzi jest więc 27.

Zad. 2. **Odp.** V dużego sześcianu $= 3^3 + 4^3 + 5^3 = 216$ cm^3
Krawędź dużego sześcianu ma długość = 6 cm.

Zad. 3. **Odp.** Jeśli wymiary podstawy graniastosłupa zwiększymy dwukrotnie, to jego objętość zwiększy się czterokrotnie (4x).

Rozwiązanie: $\mathrm{P}_p = 16\ \mathrm{cm} \cdot 20\ \mathrm{cm} = 320\ \mathrm{cm}^2$; $\mathrm{V} = 320\ \mathrm{cm}^2 \cdot 30\ \mathrm{cm} = 9600\ \mathrm{cm}^3$.
Powiększamy dwukrotnie wymiary podstawy:
$\mathrm{a} = 2 \cdot 16\ \mathrm{cm} = 32\ \mathrm{cm}$, $\mathrm{b} = 2 \cdot 20\ \mathrm{cm} = 40\ \mathrm{cm}$
$\mathrm{P}_p = 32\ \mathrm{cm} \cdot 40\ \mathrm{cm} = 1280\ \mathrm{cm}^2$; $\mathrm{V} = 1280\ \mathrm{cm}^2 \cdot 30\ \mathrm{cm} = 38400\ \mathrm{cm}^3$.
$38400\ \mathrm{cm}^3 : 9600\ \mathrm{cm}^3 = 4$.

Zad. 4. **Odp.** Pole jednej ściany bocznej wynosi 48 m^2.

Rozwiązanie: $\mathrm{P}_c = 320\ \mathrm{m}^2$; $\mathrm{Obw}_{\mathrm{kwadratu}} = 32\ \mathrm{m}$
$\mathrm{a} = 32\ \mathrm{m} : 4 = 8\ \mathrm{m}$; $\mathrm{P}_p = 8\ \mathrm{m} \cdot 8\ \mathrm{m} = 64\ \mathrm{m}^2$; $2 \cdot 64\ \mathrm{m}^2 = 128\ \mathrm{m}^2$.
$\mathrm{P}_b = 320\ \mathrm{m}^2 - 128\ \mathrm{m}^2 = 192\ \mathrm{m}^2$; $\mathrm{P}_{b1} = 194\ \mathrm{m}^2 : 4 = 48\ \mathrm{m}^2$.

Zad. 5. **Odp.** Aby napełnić akwarium do $\frac{3}{4}$ wysokości należy wlać 37,8 l wody.

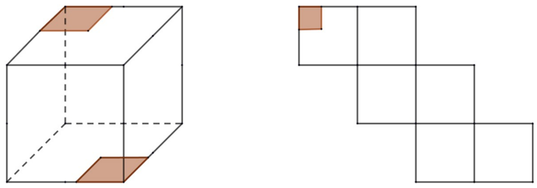
Rozwiązanie: $1\mathrm{dm}^3 = 1\mathrm{litr}$
$30\ \mathrm{cm} \times 60\ \mathrm{cm} \times 28\ \mathrm{cm}$
$3\ \mathrm{dm} \times 6\ \mathrm{dm} \times 2,8\ \mathrm{dm}$
$\frac{3}{4} \cdot 2,8\ \mathrm{dm} = 2,1\ \mathrm{dm}$; $\mathrm{V} = 3\ \mathrm{dm} \cdot 6\ \mathrm{dm} \cdot 2,1\ \mathrm{dm} = 37,8\ \mathrm{dm}^3 = 37,8$ litra.

Zestaw 5.2.5 Graniastosłupy

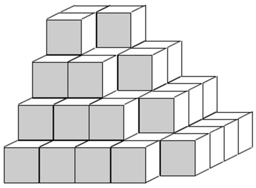
[Powrót]

Zad. 1. Dany jest sześcian złożony z ośmiu jednakowych sześciennych klocków o krawędzi długości 1. Z tego sześcianu wyjęto dwa klocki. Oblicz pole powierzchni nowej bryły. Rozważ nowe możliwości.

Zad. 2. Na dwóch ścianach sześcianu narysowano dwa kwadraty. Na siatce tego sześcianu zaznacz drugi kwadrat.



Zad. 3.



Gosia i Zosia bawiły się klockami. Najpierw Gosia ułożyła budowlę, którą przedstawiono na rysunku obok. Następnie Zosia dołożyła do konstrukcji Gosi tyle klocków, że powstał sześcian. Ile najmniej klocków musiała dołożyć Zosia?

Zad. 4. Osiem identycznych sześcianów o pojemności 1 l każdy zapakowano w sześcienną paczkę. Owinięto ją papierem i przywiązano sznurkiem tak jak pokazuje rysunek. Ile dm^2 papieru zużyto do owinięcia tej paczki, a ile dm sznurka? Dodatkowo dolicz 10% papieru na wszystkie zakładki oraz 50 cm sznurka na kokardkę.

Zad. 5. W czasie ulewnego deszczu grunt pokryła warstwa wody o grubości 10 mm. Ile litrów wody spadło na 60 – arową prostokątną działkę? Ile to wiader wody? (Pojemność wiadra to 12 l).

[1]Zad. 1, 2, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat, 2020

[2]Zad. 3, 4, M. Rosół, E. Wilińska, R. Dróż Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej. Zbiór zadań z konkursów w województwie kujawsko-pomorskim wyd. Aksjomat, 2017

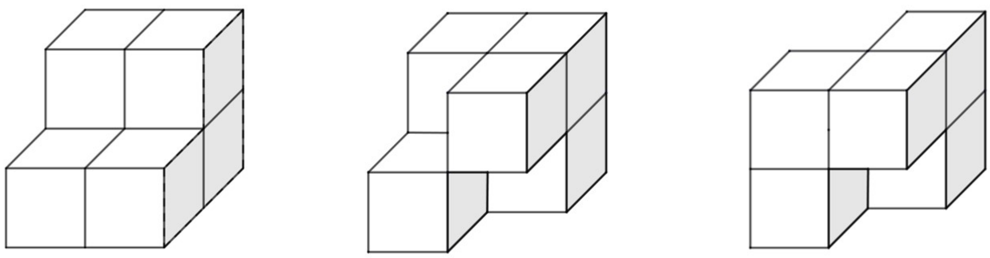
[3]Zad. 5, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzki Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy V, wyd. Nowik, 2020

Zestaw 5.2.5 Graniastosłupy

Odpowiedzi

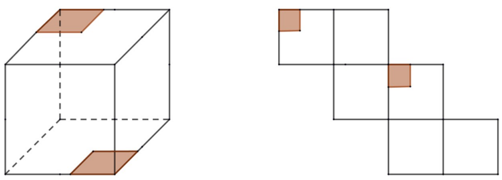
Zad. 1. **Odp.** Częścią wspólną usuniętych klocków może być:

a) ściana b) krawędź c) wierzchołek



W pierwszym przypadku pole powierzchni nowej bryły jest równe 22, a w pozostałych przypadkach 24.

Zad. 2. **Odp**.



Zad. 3. **Odp.** Zosia dołożyła 75 klocków.

Rozwiązanie: Liczbę klocków z których zbudowana jest wieża można policzyć kolumnami: $3 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 7 + 9 = 12 + 15 + 14 + 9 = 50$, lub warstwami: $25-1+16-1+9-1+4-1 = 50$. Najmniejszą kostkę sześcienną można zbudować z $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ klocków. $125 - 50 = 75$ klocków.

Zad. 4. **Odp.** Do owinięcia paczki potrzeba $26,4\ \mathrm{dm}^2$ papieru. Do przewiązania zużyto 29 dm sznurka.

Rozwiązanie: Sześcian o pojemności 1 l ma krawędź 1 dm. Sześciany w paczce ustawiono w dwóch warstwach po 4 sześciany w każdej. Dlatego paczka ma krawędź o długości 2 dm.

Zad. 5. **Odp.** Spadło 60000 litrów wody. Jest to 5000 wiader.

Rozwiązanie: Rozwiązanie : $\mathrm{P}_p = 60a = 6000\ \mathrm{m}^2 = 600000\ \mathrm{dm}^2$; $\mathrm{H} = 10\ \mathrm{mm} = 0,1\ \mathrm{dm}$; $\mathrm{V} = 600000\ \mathrm{dm}^2 \cdot 0,1\ \mathrm{dm} = 60000\ \mathrm{dm}^3 = 60000\mathrm{l}$; $60000\mathrm{l} : 12\mathrm{l} = 5000$.

Zestaw 5.3.1 Mix po klasie 5

[Powrót]

Zad. 1. Ala narysowała prostokąt o polu $4,5\ \mathrm{cm}^2$, a Adam powiększył ten prostokąt w pewnej skali. Otrzymał prostokąt o polu $112,5\ \mathrm{cm}^2$ W jakiej skali narysował Adam rysunek Ali?

Zad. 2. W trzech naczyniach było 10,5 litra mleka. Jeżeli z drugiego naczynia przelejemy do pierwszego 0,7 litra mleka, a do trzeciego 0,5 litra mleka, to we wszystkich trzech naczyniach będzie taka sama ilość mleka. Ile mleka było początkowo w każdym naczyniu?

Zad. 3. Na pomalowanie ścian pokoju kupiono 25 litrów farby w trzech kolorach: białą, żółtą i zieloną. Ile litrów białej farby kupiono, jeśli farby zielonej było o 3 litry więcej niż białej i 2 razy mniej niż żółtej?

Zad. 4. Za 12 piór i 6 długopisów zapłacono 120 złotych. Jaka jest cena długopisu, a jaka pióra, jeżeli długopis jest o 7 złotych tańszy od pióra?

Zad. 5. Troje dzieci rozpoczęło jednocześnie śpiewanie swojego refrenu. Każdą sylabę dzieci wyśpiewują przez sekundę. Pierwsze dziecko śpiewa: do, re, bum, drugie dziecko śpiewa: la, la, la, mi, mi, bum, trzecie dziecko śpiewa: mi, mi, la, bum. Kiedy po raz pierwszy zabrzmi potrójne „bum”?

[1]Zad. 2, W. Łęska, S. Łęski, Zbiór zadań dla ASA, Oficyna Wydawniczo-Poligraficzna „Adam”, Warszawa 2001

[2]Zad. 1, 3, 5, zadania autorskie

[3]Zad. 4, S. Durydiwka, W. i S. Łęscy, T. Oleksak, Mogę zostać Pitagorasem, Oficyna Wydawniczo-Poligraficzna „Adam”.

Zestaw 5.3.1 Mix po klasie 5

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Skala 5 : 1

Zad. 2. **Odp.** W pierwszym naczyniu było 2.8 litra, w drugim $4,7$ litra, a w trzecim 3 litry mleka.

Rozwiązanie: $10,5 : 3 = 3,5$,
I naczynie: $3,5 - 0,7 = 2,8$ l;
II naczynie: $3,5 + 0,7 + 0,5 = 4,7$ l;
III naczynie: $3,5 - 0,5 = 3$ l.

Zad. 3. **Odp.** Kupiono 4 litry białej farby.

Rozwiązanie: $25 - 9 = 16$, $16 : 4 = 4$ l - ilość farby białej

Zad. 4. **Odp.** Cena długopisu wynosi 2 zł a pióra 9 zł.

Rozwiązanie: $120 + 6 \cdot 7 = 162$, $\frac{162}{18} = 9$ zł – pióro; $9 - 7 = 2$ zł - długopis.

Zad. 5. **Odp.** Potrójne słowo "bum" zabrzmi po 12 sekundach.

Rozwiązanie: $NWW(3, 6, 4) = 12$

Zestaw 5.3.2 Mix po klasie 5

[Powrót]

Zad. 1. W poniższym kwadracie magicznym uzupełnij puste pola liczbami naturalnymi tak, żeby suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i po przekątnych równa była 15.

	9	
3		
		6

Zad.2. Magda jest o 2 lata starsza od siostry i o 3 lata młodsza od brata. Razem mają 37 lat. Ile lat ma każde z nich? Ile lat mają rodzice Magdy, jeżeli jest ona 3 razy młodsza od mamy, a mama jest o 3 lata młodsza od taty?

Zad.3. Krzyś policzył drzewa w sadzie i powiedział, że $\frac{5}{6}$ wszystkich drzew plus półtora drzewa jest równe liczbie drzew w tym sadzie, Ile drzew jest w sadzie?

Zad.4. Średnia arytmetyczna dwóch liczb wynosi 117. Jedna z tych liczb jest o 4,6 większa od drugiej. Jakie to liczby?

Zad.5. Od największej liczby trzycyfrowej o różnych cyfrach odjęto najmniejszą liczbę trzycyfrową o różnych cyfrach. Jaki wynik otrzymano?

[1]Zad. 1, W. Łęska, S. Łęski, Liczę z Pitagorasem, Zbiór zadań dla asa, klasa 5, wyd. ADAM 2006

[2]Zad. 2, Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzik, Matematyka na szóstkę, Zadania dla klasy 5, wyd. Nowik 2009

[3]Zad. 3, P. Jędrzejewicz, A. Żurek Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej wyd. GWO 2013

[4]Zad. 4, zadanie autorskie

[5]Zad. 5, Z. Bobiński, P. Nodzyński, Miniatury matematyczne, Uczymy się myśleć nieszablonowo, wyd. Aksjomat, 2003

Zestaw 5.3.2 Mix po klasie 5

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.**

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Zad. 2. **Odp.** Magda ma 12 lat, siostra 10 lat, brat 15 lat, mama 36 lat, tato 39 lat.

Rozwiązanie: Siostra: s lat;
Magda: $s + 2$ lat;
Brat $s + 2 + 3$ lat.
$s + s + 2 + s + 2 + 3 = 37$, stąd $s = 10$.
Mama: $3 \cdot 12 = 36$; tato: $36 + 3 = 39$.

Zad. 3. **Odp.** Jest 9 drzew.

Zad. 4. **Odp.** Liczby te to 114,7 oraz 119,3.

Rozwiązanie: $117 \cdot 2 = 234$; $234 - 4,6 = 229,4$;
$\frac{229,4}{2} = 114,7$; $114,7 + 4,6 = 119,3$.

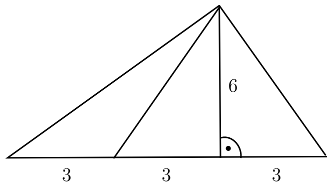
Zad. 5. **Odp.** Otrzymano wynik 885.

Rozwiązanie: $987 - 102 = 885$

Zestaw 5.3.3 Mix po klasie 5

[Powrót]

Zad. 1. Uzupełnij zdania, wykorzystując dane przedstawione na rysunku obok. Wpisz w puste miejsca tylko liczby.
a) Na rysunku widocznych jest ...... różnych trójkątów.
b) Suma pól wszystkich trójkątów widocznych na rysunku wynosi ...... jednostek kwadratowych.



Zad. 2. Dana jest stucyfrowa liczba a, w zapisie której cyklicznie powtarza się ten sam układ czterech cyfr.

$$a = \underbrace{71527152\ldots7152}_{100 \text{ cyfr}}$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań.

Liczba a jest podzielna przez 9	P	F
Liczba a jest podzielna przez 12	P	F

Zad. 3. Ile jest liczb pierwszych mniejszych od dziesięciu tysięcy, których sumą cyfr jest 2?

Zad. 4. Zuza sprząta łazienkę w ciągu pół godziny, Agata potrzebuje na to trzy kwadranse. Ile czasu zajmie im posprzątanie łazienki, jeśli będą pracować razem? Zaznacz poprawną odpowiedź.

A) 25 minut B) mniej niż 20 minut C) mniej niż kwadrans D) 20 minut

Zad. 5. Pan Jabłoński zapomniał, jakie są dwie ostatnie cyfry dziewięciocyfrowego kodu do sejfu. Pamięta tylko siedem pierwszych cyfr: 2002001**. Pamięta także, że cały numer był liczbą podzielną przez 12. Jakie mogły być dwie ostatnie cyfry tego numeru? Podaj wszystkie możliwości.

[1]Zad. 1, LSCDN, Konkurs Matematyczny dla uczniów szkół podstawowych, etap drugi 2022/2023
[2]Zad. 2, II Wojewódzki Konkurs z Matematyki dla uczniów szkół podstawowych województwa świętokrzyskiego, etap powiatowy, rok szk. 2017/2018
[3]Zad. 3, Zachodniopomorski Konkurs Matematyczny, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019
[4]Zad. 4, Mazowiecki Konkurs Matematyczny dla uczniów szkół podstawowych, etap wojewódzki, rok szk. 2021/2022
[5]Zad. 5, Mazowiecki Konkurs Matematyczny dla uczniów szkół podstawowych, etap szkolny, 2017/2019

Zestaw 5.3.3 Mix po klasie 5

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Ilość różnych trójkątów: 5
Suma pól trójkątów: 90.

Rozwiązanie: Suma pól trójkątów wynosi: $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 = 90$

Zad. 2. **Odp.** FP

Zad. 3. **Odp.** 3

Zad. 4. **Odp.** B

Rozwiązanie: Przyjmijmy:
t - czas pracy potrzebny na posprzątanie łazienki
$\frac{1}{30} + \frac{1}{45} = t$, stąd $t = 18$ minut

Zad. 5. **Odp.** Wszystkie możliwości to: 40, 04, 16, 52, 28, 64, 76, 88.

Rozwiązanie: Należy sprawdzić cechy podzielności przez 3 i przez 4.

Zestaw 5.3.4 Mix po klasie 5

[Powrót]

Zad. 1. Oblicz średnią tygodniową temperaturę powietrza w Lublinie. Wiedząc, że w poniedziałek wynosiła 6°C, we wtorek była niższa o 2 stopnie, w środę i czwartek była wyższa o 1 stopień niż we wtorek, w piątek wynosiła 0°C, w sobotę spadła o pół stopnia, a w niedzielę spadła jeszcze o $1,5$°C.

Zad. 2. Trzech kolegów z klasy Va ustaliło, że każdego dnia przez tydzień będą mierzyć swoją drogę do szkoły w milach.

Mila morska 1,852 km	Mila amerykańska 1,609 km
Mila perska 1,5 km	Mila rzymska 1,482 km
Mila angielska 1,524 km	Mila polska 8,534 km

Paweł codziennie pokonywał 7 mil perskich, Dawid 4 mile morskie, a Igor 5 mil amerykańskich. Ile łącznie kilometrów pokonali chłopcy?

Zad. 3. Duży pokój jest trzy razy większy od małego i zajmuje połowę mieszkania. Kuchnia z łazienką łącznie zajmują $\frac{1}{4}$ powierzchni mieszkania. Jaką powierzchnię ma mieszkanie, jeśli przedpokój ma wymiary $1,5$ m $\times$ 4 m?

Zad. 4. Pan Marek ma kwadratową działkę o polu 40000 m^2, a pan Jarek ma prostokątną o wymiarach 150 m $\times$ 300 m. Obaj panowie chcą ogrodzić działki siatką – po 18zł/m bieżący. Pan Marek planuje bramę o szerokości 4 m, a pan Jarek 5 m. Który z panów zapłaci więcej za siatkę i o ile więcej?

Zad. 5. Mama Kasi upiekła na szkolny kiermasz 3 rodzaje muffinek: 60 bananowych, 36 czekoladowych i 84 borówkowych. Kasia pakuje muffinki do pudełek, tak aby zawartość każdego była taka sama. Do ilu najwięcej pudełek może zapakować muffinki?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.3.4 Mix po klasie 5

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Średnia tygodniowa temperatura w Lublinie wynosiła $2,5°C$.

Rozwiązanie: Poniedziałek $6°C$, wtorek $4°C$, środa i czwartek $5°C$, piątek $0°C$, sobota $-0,5°C$, niedziela $-2°C$.
$6+4+5+5+0+(-0,5)+(-2)=20-2,5=17,5°C$.
$17,5:7=2,5°C$.

Zad. 2. **Odp.** Chłopcy łącznie pokonali $129,765$ km.

Rozwiązanie: Paweł $7\text{mil}\cdot 5\text{dni}=35\text{mil}$; $35\cdot 1,5$ km $=52,5$ km
Dawid $4\text{mile}\cdot 5=20\text{mil}$; $20\cdot 1,852$ km $=37,04$ km
Igor $5\text{mil}\cdot 5=25\text{mil}$; $25\cdot 1,609$ km $=40,225$ km
Razem $52,5$ km $+37,04$ km $+40,225$ km $=129,765$ km

Zad. 3. **Odp.** Mieszkanie ma powierzchnię $72\ \text{m}^2$.

Rozwiązanie: Przedpokój P$=1,5\cdot 4=6\ \text{m}^2$,
Mieszkanie: x
Duży pokój: $\frac{1}{2}x$
Mały pokój: $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}x$
Kuchnia+łazienka: $\frac{1}{4}x$
$\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+6=x$
$x=12\cdot 6=72\ \text{m}^2$

Zad. 4. **Odp.** Za siatkę zapłaci więcej pan Jarek o 1782zł.

Rozwiązanie: Długość siatki pana Marka: 796 m. Koszt siatki: 14382 zł
Długość siatki pana Jarka: 895 m. Koszt siatki: 16110 zł.
$16110-14328=1782$zł

Zad. 5. **Odp.** Kasia zapakuje muffinki do 12 pudełek.

Rozwiązanie: NWD (36, 60, 84)=12

Zestaw 5.3.5 Mix po klasie 5

[Powrót]

Zad. 1. Gosia miała w skarbonce 200 zł. $\frac{1}{5}$ tej kwoty wydała na książki. Za $0,3$ pozostałej kwoty kupiła nową bluzkę, a resztę pieniędzy przeznaczyła na klasowy wyjazd do teatru. Ile pieniędzy wydała na ten wyjazd?

Zad. 2. Krzyś miał 966 znaczków w trzech klaserach. W pierwszym miał o 233 znaczki więcej niż w drugim, zaś w trzecim tyle co w pierwszym i drugim razem. Ile znaczków miał Krzyś w każdym z tych klaserów?

Zad. 3. Babcia Zosia ma trzy wnuczki, które starają się regularnie ją odwiedzać. Magda przychodzi do niej co 9 dni, Julka co 12 dni, a Diana co 18 dni. Wszystkie wnuczki odwiedziły babcię z okazji jej imienin we wtorek 28 stycznia 2020 r. Oblicz, kiedy ponownie dziewczynki spotkają się u babci? Podaj datę i dzień.

Zad. 4. Za trzy książki, plecak i kurtkę mama zapłaciła 406 zł. Dwa takie same plecaki, kurtka i trzy książki kosztują 491 zł. Natomiast, kurtka, dwie książki i plecak kosztują 357 zł. Oblicz ceny tych trzech rzeczy.

Zad. 5. Odległość między miejscowościami A oraz B na mapie wykonanej w skali $1 : 5\,000\,000$ wynosi 7 cm 2 mm. W jakiej skali została wykonana mapa, na której odległość ta wynosi 20 cm?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.3.5 Mix po klasie 5

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 112 zł.

Rozwiązanie: $\frac{1}{5}$ kwoty $=$ 40zł.
$0,3$ pozostałej kwoty $= 48$ zł.
Kwota na wyjazd $= 112$ zł.

Zad. 2. **Odp.** 1.klaser $= 358$, 2.klaser $= 125$, 3.klaser $= 483$.

Rozwiązanie: Znaczki są w trzech klaserach:
1.klaser $= 233+$ 2.klaser
2.klaser
3.klaser $=$ 1.klaser $+$ 2.klaser
Wszystkie znaczki $= 4\cdot$2.klaser$+466 = 966$.

Zad. 3. **Odp.** 4 marca 2020 r., środa.

Rozwiązanie: $\text{NWW}(9, 12, 18) = 36$
28 stycznia 2020 r.$+36$ dni $=$ 4 marca 2020 r.

Zad. 4. **Odp.** Plecak – 85 zł, książka – 49 zł, kurtka – 170 zł.

Rozwiązanie: 3·książka $+$ plecak $+$ kurtka $=$ 406 zł. Ponadto,
3·książka $+2\cdot$plecak $+$ kurtka $=$ 491 zł.
Stąd otrzymujemy, że plecak kosztuje 85 zł.
Skoro 3· książka $+$ plecak $+$ kurtka $=$ 406 zł, natomiast 2·książki $+$ plecak $+$ kurtka $=$ 357 zł, to otrzymujemy, że książka kosztuje 49 zł, a w konsekwencji kurtka kosztuje 170 zł.

Zad. 5. **Odp.** Skala mapy to $1 : 1\,800\,000$.

Rozwiązanie: Rzeczywista odległość $=$ 360 km
Druga mapa:
20 cm na mapie to 360 km $= 36\,000\,000$ cm w rzeczywistości,
1 cm na mapie to $1\,800\,000$ cm w rzeczywistości.

Zestaw 5.3.6 Mix po klasie 5

[Powrót]

Zad. 1. Babcia miała $1\frac{3}{4}$ kg mąki i $2\frac{2}{5}$ kg jabłek. Na szarlotkę zużyła $\frac{5}{8}$ kg mąki i $\frac{3}{4}$ ilości jabłek, na naleśniki zużyła $0,4$ pozostałej ilości mąki. Oblicz w kilogramach, o ile mniej jabłek niż mąki pozostało w kuchni.

Zad. 2. W czasie ulewnego deszczu grunt pokryła warstwa wody o grubości 10 mm. Ile litrów wody spadło na 60−arową prostokątną działkę? Ile to wiader wody o pojemności 12 litrów?

Zad. 3. Obwód trapezu równoramiennego wynosi 32 m. Każde ramię ma długość 80 dm, a wysokość 100 mm. Oblicz pole tego trapezu.

Zad. 4. Na jednej szalce wagi znajduje się $\frac{3}{5}$ mandarynek ze skrzyneczki i 4 odważniki po 20 dag. Na drugiej szalce znajdują się mandarynki z całej skrzyneczki. Ile ważą mandarynki z jednej skrzyneczki, skoro przy takim rozłożeniu na wadze jest równowaga?

Zad. 5. Aby ponumerować wszystkie strony książki wykorzystano 1161 cyfr. Oblicz ile stron ma ta książka.

[1]Zad. 2, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzki, Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy V. Wyd. Nowik Sp.j. Opole 2022.

[2]Zad. 1, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 5.3.6 Mix po klasie 5

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** O $\frac{3}{40}$ kg.

Rozwiązanie: Reszta mąki $= 1\frac{3}{4} - \frac{5}{8} - (1\frac{3}{4} - \frac{5}{8}) \cdot 0,4 = \frac{27}{40}$ kg,
Reszta jabłek $= 2\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ kg,
Różnica $= \frac{27}{40} - \frac{3}{5} = \frac{3}{40}$ kg.

Zad. 2. **Odp.** 5000 wiader.

Rozwiązanie: $V = 60$ arów $\cdot$ 10 mm $= 60\,000$ litrów.
Liczba wiader $= 60\,000 : 12 = 5\,000$.

Zad. 3. **Odp.** $0,8$ m^2.

Rozwiązanie: Łączna długość obu podstaw $= 32$ m $- 2 \cdot 8$ m $= 16$ m,
P $= 16$ m $\cdot$ $0,1$ m $: 2 = 0,8$ m^2.

Zad. 4. **Odp.** 2 kg.

Rozwiązanie: Łączna waga odważników to $4 \cdot 20$ dag $= 80$ dag.
Dostajemy, że $\frac{2}{5}$ mandarynek waży 80 dag, więc całość owoców waży $5 \cdot 40$ dag $=$ 2 kg.

Zad. 5. **Odp.** 423 strony.

Rozwiązanie: Liczba cyfr na stronach jednocyfrowych: 9
Liczba cyfr na stronach dwucyfrowych: $(99 - 10 + 1) \cdot 2 = 180$
Pozostałe cyfry: $1161 - 180 - 9 = 972$
Liczba stron trzycyfrowych: $972 : 3 = 324$
Liczb stron w książce: $9 + 90 + 324 = 423$.

Zestaw 6.1.1 Liczby naturalne i ułamki

[Powrót]

Zad.1. Pojemniki są wypełnione farbą w $\frac{5}{6}$ ich pojemności. Ile spośród 35 pojemników można opróżnić, przelewając z nich farbę do pozostałych i wypełniając je w całości?

Zad.2. Mama przygotowała konfiturę z wiśni, smażąc ją przez dwa kolejne dni. Pierwszego dnia w wyniku parowania ubyło $\frac{1}{5}$ masy wiśni. Drugiego dnia ubyło $\frac{3}{16}$ masy z poprzedniego dnia. Na koniec smażenia mama dosypała 135 dag cukru i 20 g kwasku cytrynowego. Oblicz, ile kilogramów ważyły otrzymane konfitury wiedząc, że wzięte do produkcji wiśnie ważyły 4 razy więcej niż użyty cukier.

Zad.3. Właściciel sklepu, aby mieć zysk z prowadzonej przez siebie działalności, musi kupować towary taniej i sprzedawać drożej. Pan Jan zakupił 200 kg jabłek, płacąc 2,40 zł za kilogram. W pierwszym tygodniu sprzedał $\frac{3}{4}$ jabłek z zyskiem $0,2$. W drugim tygodniu sprzedał $0,4$ pozostałych jabłek z zyskiem $\frac{1}{10}$, a w trzecim resztę jabłek z zyskiem tylko $\frac{1}{20}$, przy czym ostatnie 10 kg uległo zepsuciu i pan Jan musiał je wyrzucić. Oblicz, ile zarobił pan Jan na sprzedaży tych jabłek.

Zad.4. Znajdź liczbę trzycyfrową, która ma następujące własności. Jeśli od tej liczby odejmiemy 7, to różnica ta będzie podzielna przez 7. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy 8, to różnica będzie podzielna przez 8. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy 9, to różnica będzie podzielna przez 9.

Zad.5. Krzyś za 5 czekolad i 3 batony zapłacił 58 zł. Franio za 4 bombonierki i 4 batony 64 zł. Gabrysia kupiła tyle samo czekolad i bombonierek, co chłopcy razem, i 10 batonów, płacąc 140 zł. Ile kosztuje czekolada, ile bombonierka, a ile baton?

[1]Zad. 1, 5, Matematyka korepetycje kl.6., Wydawnictwo GREG, 2020
[2]Zad. 2, 3, 4, zadania autorskie na podstawie konkursu kuratoryjnego

Zestaw 6.1.1 Liczby naturalne i ułamki

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Można opróżnić 5 pojemników.

Rozwiązanie: Ilość farby w szóstym pojemniku ($\frac{5}{6}$ jego pojemności) zmieści się w pustej przestrzeni pięciu poprzednich pojemników. W ten sposób można opróżnić co szósty pojemnik. Opróżnimy 6, 12, 18, 24 i 30 pojemnik.

Zad.2. **Odp.** Otrzymane konfitury ważyły $4,88$ kg.

Rozwiązanie: $4 \cdot 135 = 540$ dag - wiśnie użyte do produkcji konfitur
$\frac{1}{5} \cdot 540 = 108$ dag - tyle odparowało w czasie I dnia, zostało 432 dag.
$432 \cdot \frac{3}{16} = 81$ dag - tyle odparowało w czasie II dnia, zostało 351 dag
$351 + 135 + 2 = 488$ dag $= 4,88$ kg

Zad.3. **Odp.** Pan Jan zarobił 55,2 zł.

Rozwiązanie: $200 \cdot 2,4 = 480$ zł - za tyle kupił jabłka
432 zł - za tyle sprzedał jabłka w I tygodniu
$52,8$ zł - za tyle sprzedał jabłka w II tygodniu
$50,4$ zł - za tyle sprzedał jabłka w III tygodniu,
$432 + 52,8 + 50,4 = 535,2$ zł - kwota sprzedaży jabłek przez 3 tygodnie
$535,2 - 480 = 55,2$ zł

Zad.4. **Odp.** Szukana liczba to 504.

Rozwiązanie: Aby obliczyć liczbę, która jest podzielna przez 7, 8 i 9 musimy znaleźć NWW tych liczb. $NWW(7,8,9) = 504$. Zauważmy, że
$504 - 9 = 495$ - liczba podzielna przez 9,
$504 - 8 = 496$ - liczba podzielna przez 8,
$504 - 7 = 497$ - liczba podzielna przez 7.

Zad.5. **Odp.** Czekolada kosztuje 8 zł, bombonierka 10 zł, a baton 6 zł.

Rozwiązanie: $140 - 58 + 64 = 18$ zł - różnica między ceną zakupów Gabrysi, a sumą cen zakupów chłopców
$18 : 3 = 6$ zł - cena za jeden baton
$(58 - 3 \cdot 6) : 5 = 8$ zł - cena za jedną czekoladę
$(64 - 4 \cdot 6) : 4 = 10$ zł - cena za jedną bombonierkę

Zestaw 6.1.2 Liczby naturalne i ułamki

[Powrót]

Zad.1. Wstaw nawiasy tak, aby otrzymać prawdziwą równość:

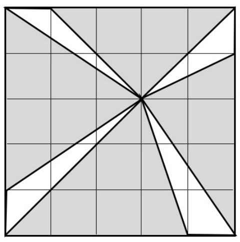
a) $5 \cdot 8 + 40 : 10 = 44$

b) $78 - 60 : 2 + 4 = 44$

c) $6 \cdot 5 + 30 : 10 = 48$

d) $52 : 4 + 3 \cdot 3 = 48$

Zad.2. Kwadrat podzielono na małe kwadraciki (patrz rysunek). Jaką częścią pola figury zacieniowanej jest pole figury niezacieniowanej?



Zad.3. Arbuz jest o $\frac{4}{5}$ kg cięższy od $\frac{4}{5}$ tego arbuza. Ile waży arbuz?

Zad.4. Pan Marek ma działkę o powierzchni 13,5 ara. Jaka jest powierzchnia trawnika na tej działce, jeżeli stanowi on $\frac{2}{3}$ powierzchni działki? Odpowiedź podaj w metrach kwadratowych.

Zad.5. Puste naczynie napełniono wodą do połowy jego pojemności, a następnie dolano jeszcze trzecią część jego pojemności. Wtedy okazało się, że w naczyniu jest 55 litrów wody. Ile litrów wody trzeba dolać, aby napełnić całe naczynie?

[1]Zad. 1, 5, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk Matematyczne gwiazdki , wyd. Aksjomat, 2020

[2]Zad. 2, 3, Matematyka z wesołym Kangurem, wyd. Aksjomat Toruń

[3]Zad. 4, M. Bladowska, Pomyśl i oblicz. Zbiór zadań i testów z matematyki dla uczniów klas V i VI szkoły podstawowej

Zestaw 6.1.2 Liczby naturalne, ułamki

Odpowiedzi

Zad.1. **Rozwiązanie:**

a) $(5 \cdot 8) + (40 : 10) = 44$

b) $78 - (60 : 2 + 4) = 44$

c) $6 \cdot (5 + 30 : 10) = 48$

d) $(52 : 4 + 3) \cdot 3 = 48$

Zad.2. **Odp.** Pole figury niezacieniowanej stanowi $\frac{1}{4}$ pola figury zacieniowanej.

Rozwiązanie: Przyjmując długość boku małego kwadratu za jednostkę, otrzymujemy, że duży kwadrat ma pole 25. Figura niezacieniowana składa się z czterech trójkątów, wszystkie o podstawie 1 i wysokościach odpowiednio 2, 2, 3 i 3. Zatem jej pole jest równe $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 5$. Stąd pole figury zacieniowanej jest równe $25 - 5 = 20$. Pole figury niezacieniowanej stanowi $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ pola figury zacieniowanej.

Zad.3. **Odp.** Arbuz waży 4 kg.

Rozwiązanie: $\frac{1}{5}$ arbuza waży $\frac{4}{5}$ kg, czyli arbuz waży 4 kg.

Zad.4. **Odp.** Powierzchnia trawnika wynosi 900 m^2.

Rozwiązanie: Powierzchnia trawnika: $\frac{2}{3} \cdot 13,5 = 9$
Zamiana jednostek: $9a = 900 \text{ m}^2$

Zad.5. **Odp.** Należy dolać 11 litrów wody.

Rozwiązanie: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$
$55 : 5 = 11$
$11 \cdot 6 = 66$
$66 - 55 = 11$

Zestaw 6.1.3 Liczby na co dzień, prędkość, droga, czas

[Powrót]

Zad.1. Pewne urządzenie rozpoczęło pracę 1 kwietnia o godzinie 8:00 rano i pracowało 1000 godzin. Kiedy wyłączono to urządzenie?

Zad.2. Marek znalazł w atlasie mapę Polski w skali $1:3\,000\,000$ i odbił ją na kserografie, zmniejszając wymiary mapy dwukrotnie. Jaka jest skala mapy, którą otrzymał?

Zad.3. Król i jego świta podróżują z zamku do odległego letniego pałacu. Idą ze średnią prędkością $5\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Co godzinę król wysyła posłańca z powrotem do zamku. Każdy posłaniec wraca tam z prędkością $10\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Co ile minut do zamku przybywa posłaniec?

Zad.4. Paweł i Gaweł chodzą na basen. Paweł chodzi szybko, Gaweł chodzi wolno. Paweł idzie na basen 20 minut, a Gaweł 30 minut. Ile minut po Gawle musi wyjść Paweł, aby dogonić Gawła w połowie drogi na basen?

Zad.5. W dawnych czasach używano różnych jednostek długości. Na przykład sznur liczył 70 łokci, a pręt 14 stóp. Ponadto sznur liczył 140 stóp. Ile łokci liczył pręt?

[1]Zad. 1, 5, A. Żurek, P. Jędrzejewicz, Zbiór zadań konkursowych dla klas 4-6, GWO 2020
[2]Zad. 2, K. Zarzycka, P. Zarzycki, Zbiór zadań Matematyka 6 z plusem, GWO
[3]Zad. 3, Zbiór zadań z konkursu Kangur Matematyczny BENIAMIN wyd. Aksjomat - Toruń, 2018
[4]Zad. 4, zadanie autorskie

Zestaw 6.1.3 Liczby na co dzień, prędkość, droga, czas

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** To urządzenie wyłączono o północy z 12 na 13 maja.

Rozwiązanie: Należy podzielić 1000 przez 24:
$1000 : 24 = 41$ reszta 16

Urządzenie to wyłączono po 41 dniach i 16 godzinach. 1 maja o godzinie 8:00 minęło 30 dni pracy urządzenia, więc 41 dni pracy mieliśmy 11 dni później – 12 maja o godzinie 8:00. 16 godzin później, o północy z 12 na 13 maja, minęło 1000 godzin.

Zad.2. **Odp.** Skala nowej mapy to $1 : 6\,000\,000$.

Rozwiązanie: 1 cm na mapie odpowiada $3\,000\,000$ cm w rzeczywistości. Mapa została zmniejszona dwukrotnie, czyli $1 \text{ cm} : 2 = 0,5$ cm. Zatem $0,5$ cm na nowej mapie odpowiada $3\,000\,000$ cm w rzeczywistości, stąd 1 cm odpowiada $6\,000\,000$ cm.

Zad.3. **Odp.** Posłaniec przybywa do zamku co 90 minut.

Rozwiązanie: Ponieważ król i jego świta poruszają się z prędkością $5\frac{\text{km}}{\text{h}}$, więc w czasie jednej godziny od wysłania posłańca oddalają się od zamku o 5 km. Każdy kolejny posłaniec ma więc do przebycia drogę dłuższą o 5 km niż jego poprzednik. Na nadrobienie tego dystansu potrzebuje pół godziny, czyli 30 min. Oznacza to, że przybywa do zamku $60 + 30 = 90$ minut po posłańcu wysłanym przed nim.

Zad.4. **Odp.** Paweł powinien wyjść 5 minut po Gawle.

Rozwiązanie: Gaweł połowę drogi pokona w 15 minut, a Paweł w 10 minut, więc Paweł powinien wyjść 5 minut po Gawle.

Zad.5. **Odp.** Pręt liczył 7 łokci.

Rozwiązanie: Z tego, że 1 sznur to 70 łokci i jednocześnie 1 sznur to 140 stóp, wynika, że 1 łokieć to 2 stopy. Wiemy, że 1 pręt to 14 stóp, a 14 stóp to 7 łokci, zatem 1 pręt to 7 łokci.

Zestaw 6.1.4 Liczby na co dzień, prędkość, droga, czas

[Powrót]

Zad.1. Pociąg o długości 200 m jedzie przez tunel o długości 200 m z prędkością 200$\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile czasu potrzebuje on na przebycie tego tunelu?

Zad.2. Jeden rowerzysta jedzie z miasta A do miasta B z prędkością 12 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, drugi rowerzysta jedzie z miasta B do miasta A z prędkością 18 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaka odległość będzie ich dzieliła pół godziny przed spotkaniem?

Zad.3. W Polsce co roku odbywa się wyścig rowerowy Maraton Północ – Południe. Jego trasa prowadzi z Helu do Głodówki koło Bukowiny Tatrzańskiej. W 2020 roku trzech zawodników pokonało ten dystans w czasie 38h 30min.

a) Oblicz średnią prędkość tych zawodników na trasie. Przyjmując za jej długość 1000 km. Wynik wyraź w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ i zaokrąglij do jedności.

b) Jak długo zajęłoby tym zawodnikom dotarcie spod Ratusza w Lublinie pod Zamek na Wawelu, gdyby poruszali się z taką samą średnią prędkością jak na tych zawodach? Przyjmij odległość 273 km.

Zad.4. Zosia i Adaś mieszkają w Lublinie. Trenują jazdę rowerem, dlatego często jeżdżą wokół Zalewu Zemborzyckiego. Zosia pokonuje jedno okrążenie w czasie 1 h 12 min, zaś Adaś w ciągu 0,8 h. Dziś startują razem z tego samego miejsca i umówili się na zakończenie ćwiczeń, gdy ponownie spotykają się na miejscu startu. Po ilu godzinach od rozpoczęcia trening się zakończy?

Zad.5. Dwa ślimaki, Damazy i Sebastian, ścigają się na trasie złożonej z trzech odcinków. Każdy odcinek ma długość 1 metra. Damazy pełznie ze stałą prędkością, natomiast Sebastian pokonuje pierwszy odcinek trasy z prędkością dwa razy większą niż Damazy, drugi odcinek z taką samą prędkością jak Damazy, a trzeci - z prędkością dwa razy mniejszą. Kto wygra i o ile metrów zwycięzca wyprzedzi na mecie przegrywającego?

[1]Zad. 1, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Koło matematyczne w szkole podstawowej, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2008

[2]Zad. 2, A. Żurek, P. Jędrzejewicz, Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej, GWO, Gdańsk 2015

[3]Zad. 3, 4, zadania autorskie

[4]Zad. 5, Z. Romanowicz, B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, Wydawnictwo Siedmioróg, Wrocław 2006

Zestaw 6.1.4 Liczby na co dzień, prędkość, droga, czas

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Na pokonanie tunelu pociąg potrzebuje 7,2 s.

Rozwiązanie: Pociąg jedzie z prędkością $200\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, czyli $200000\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$. Lokomotywa przejeżdża przez tunel w czasie $0,001$ h$=0,06$ minuty $=3,6$ sekundy. Gdy lokomotywa zaczyna wyjeżdżać z tunelu, ostatni wagon wjeżdża do tunelu na drugim końcu. Ostatni wagon przejeżdża tunel w takim samym czasie co lokomotywa. Zatem pociąg potrzebuje $2\cdot 3,6=7,2$ sekundy na przejechanie tunelu.

Zad.2. **Odp.** Rowerzystów będzie dzieliło 15 km.

Rozwiązanie: Rowerzysta jadący z prędkością 12 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, w ciągu pół godziny pokona drogę 6 km. Zatem pół godziny przed spotkaniem taka właśnie będzie jego odległość od tego miejsca. Podobnie rowerzysta jadący z prędkością 18 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, pół godziny przed spotkaniem będzie w odległości 9 km od miejsca spotkania. Zatem odległość między rowerzystami będzie wynosiła 6 km+9 km= 15 km.

Zad.3. a) **Odp.** Średnia prędkość zawodników wynosi 26 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

Rozwiązanie: $v=\frac{1000\ \mathrm{km}}{38\frac{1}{2}\mathrm{h}}=\frac{1000\mathrm{km}}{\frac{77}{2}\mathrm{h}}=\frac{2000}{77}\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\approx 26\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

b) **Odp.** Zawodnikom trasa ta zajęłaby 10,5 h.

Rozwiązanie: $t=\frac{273\ \mathrm{km}}{26\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}=10,5\ \mathrm{h}$

Zad.4. **Odp.** Trening zakończy się po 2,4 h.

Rozwiązanie: Zosia potrzebuje $1,2$ h na przejechanie jednego okrążenia, natomiast Adaś $0,8$ h. Zatem $\mathrm{NWW}(1,2;\,0,8)=2,4$ h.

Zad.5. **Odp.** Wygra Damazy, wyprzedzi Sebastiana o $\frac{1}{4}$ m.

Rozwiązanie: W celu ułatwienia zrozumienia rozwiązania, możemy przyjąć, że Damazy pokonuje każdy odcinek w dowolnie wybranym, konkretnym czasie. Niech będzie to 30 min. Wtedy całą drogę pokona w 90 min. Ponadto, Sebastian pokona pierwszy odcinek w czasie 15 min, drugi w czasie 30 min, a trzeci w 60 min, czyli razem 105 min. W momencie, gdy Damazy dotrze na metę, Sebastian będzie miał przed sobą jeszcze 15 minut drogi. Ponieważ, ostatni odcinek pokonuje on w 60 min,

to oznacza, że w 15 min pokona $\frac{1}{4}$ metra.
Inaczej: Przyjmijmy, że upływ czasu potrzebny na przebycie jednego odcinka przez Damazego obrazuje prostokąt:

Wtedy na pokonanie trzech odcinków potrzebuje trzy razy więcej czasu:

Natomiast Sebastian:
- pierwszy odcinek pokonuje w połowę tego czasu (prędkość dwa razy większa): 
- drugi odcinek pokonuje w takim samym czasie (prędkość taka jak Damazego):

- trzeci odcinek pokonuje w dwa razy dłuższym czasie (prędkość dwa razy mniejsza):

Razem: 
Z rysunków możemy odczytać, że Damazy pokona tę drogę szybciej. Ponadto, będzie czekał na Sebastiana połowę czasu potrzebnego na przebycie przez niego jednego odcinka. Ponieważ Sebastian na przebycie ostatniego odcinka potrzebuje 2 razy więcej czasu niż Damazy, to oznacza, że w tym czasie gdy Damazy będzie na niego czekał, pokona $\frac{1}{4}$ odcinka, czyli $\frac{1}{4}$ m.

Zestaw 6.1.5 Liczby na co dzień, prędkość, droga, czas

[Powrót]

Zad.1. Tomek jechał najpierw rowerem z prędkością $v = 15\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, potem pociągiem z prędkością $v = 40\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ i na koniec samochodem z prędkością $v = 60\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Każdym z tych pojazdów jechał jednakowo długo i przejechał łącznie 230 km. Ile przebył kilometrów każdym z tych pojazdów oddzielnie i ile czasu zajęła mu podróż?

Zad.2. Dziwny jest ten Abacki. Spaceruje zawsze w jednakowym tempie, maszeruje dwa razy szybciej niż spaceruje, a biegnie trzy razy szybciej niż spaceruje. W poniedziałek, idąc do odległego o 3 kilometry parku, przez kilometr spacerował, przez kilometr maszerował i przez kilometr biegł. We wtorek przeszedł tę trasę marszem i stwierdził, że zajęło mu to o 6 minut mniej niż w poniedziałek. Ile czasu zajęła Abackiemu droga do parku w poniedziałek?

Zad.3. Pan Abacki wyruszył jachtem na Wyspę Zagadkową. Każdego dnia przepływa 22,5 mili. W nocy, gdy opuszcza żagiel, prąd morski spycha go 15 mil do tyłu. Którego dnia żeglarz dotrze do Wyspy Zagadkowej, jeśli odległość od miejsca startu wynosi 225 mil?

Zad.4. Janek przebywa codziennie długą drogę do szkoły. W odległości $\frac{1}{4}$ drogi z domu do szkoły stoi szpital, na fasadzie którego znajduje się zegar. W odległości $\frac{1}{3}$ drogi znajduje się stacja kolejowa. Gdy mija szpital, zegar wskazywał godzinę 7:30, a gdy zbliżał się do stacji kolejowej, zegar wskazywał 7:35. O której godzinie Janek wychodził z domu i o której przychodził do szkoły?

Zad.5. Harcerze Janek i Piotrek obierali ziemniaki. Janek obierał 2 ziemniaki na minutę, a Piotrek 3 ziemniaki na minutę. Razem obrali 270 ziemniaków. Ile minut pracował każdy z nich, jeżeli Piotrek pracował 15 minut dłużej?

[1] Zad. 1, K. Soczyńska-Toporek, C. Susek, Zadania z Minikonkursu Matematycznego dla klas V-VI wyd. SET, Gdynia 1992

[2] Zad. 2, 3, L. Bogusz, P. Zarzycki, J. Zieliński, Łamigłówki logiczne tom 2. wyd. GWO, Gdańsk 2016

[3] Zad. 4, B. Kordiemski, Rozrywki matematyczne, Wiedza Powszechna, Warszawa 1958

[4] Zad. 5, zadanie autorskie

Zestaw 6.1.5 Liczby na co dzień, prędkość, droga, czas

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Rowerem przejechał 30 km, pociągiem 80 km a samochodem 120 km. Czas podróży to 6 godzin.

Rozwiązanie: Oznaczmy t - czas [w godzinach], w którym Tomek pokonał fragment drogi w określony sposób. Po zsumowaniu poszczególnych odcinków drogi mamy zatem $15 \cdot t + 40 \cdot t + 60 \cdot t = 230$, skąd dostajemy $t = 2$ h.

Tomek przejechał więc rowerem: $15 \cdot 2 = 30$ km, pociągiem $40 \cdot 2 = 80$ km i samochodem $60 \cdot 2 = 120$ km.

Zad.2. **Odp.** Droga zajęła mu 33 minuty.

Rozwiązanie: Niech x oznacza prędkość, z jaką spaceruje Abacki. Maszeruje więc z prędkością $2x$, a biegnie z prędkością $3x$. Droga do parku w poniedziałek zajęła mu zatem: $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{11}{6x}$, a we wtorek $\frac{3}{2x}$ minut.

$\frac{11}{6x} = \frac{3}{2x} + 6$

$x = \frac{1}{18}$

W poniedziałek droga do parku zajęła mu $11 : \frac{6}{18} = 33$ minuty.

Zad.3. **Odp.** Pan Abacki dotrze do Wyspy Zagadkowej 28 dnia.

Rozwiązanie: W ciągu jednej doby ostatecznie żeglarz przebędzie 7,5 mili. Dystans 225 mil osiągnie po 27 pełnych dobach (202,5 mili) i 22,5 milach pokonanych w ciągu dnia 28. doby.

Zad.4. **Odp.** Janek wychodził z domu o 7:15 a docierał do szkoły na 8:15.

Rozwiązanie: Odcinek drogi między szpitalem a stacją to $\frac{1}{12}$ całej trasy z domu do szkoły. Zatem na pokonanie drogi z domu do szpitala Janek potrzebuje 15 minut. Do szkoły zatem idzie 1 godzinę.

Zad.5. **Odp.** Piotrek pracował godzinę, a Janek 45 minut.

Rozwiązanie: Przyjmijmy, że Janek pracował t minut, obrał więc $2t$ ziemniaków. Zatem Piotrek pracował $t + 15$ minut i obrał $3(t + 15)$ ziemniaków. Razem obrali 270 ziemniaków, dostajemy więc równanie:

$2t + 3(t + 15) = 270$, skąd t = 45.

Zestaw 6.1.6 Procenty

[Powrót]

Zad.1. Tata Liczyrzepa zrobił swoim dzieciom niespodziankę. Kupił dla nich przenośny komputer i modem, żeby mogli ze statku wysyłać wiadomości do dziadków i przyjaciół. Laptop kosztował 2000 zł, a modem 1000 zł. Kilka dni później w sklepie wprowadzono promocję: nowa cena komputera wnosiła 1600 zł, a cenę modemu obniżono o 50 zł. Ile procent zaoszczędziłby tata Liczyrzepa, gdyby dopiero teraz zrobił zakupy? Zapisz wykonane obliczenia.

Zad.2. Pierwszego dnia wycieczki Marta wydała 20% kieszonkowego. Drugiego dnia wydała 50% pozostałej kwoty. Ile procent kieszonkowego pozostało Marcie?

Zad.3. Właściciel sklepu, pan Hojny, obniżył cenę tabletów o 20%. Jego wspólnik kazał przywrócić poprzednią cenę. O ile procent pan Hojny musi podnieść cenę tabletów?

Zad.4. Jeremi powiedział: „Czas, jaki pozostał do północy, stanowi 140% czasu, jaki upłynął od południa”. O której godzinie Jeremi powiedział te słowa?

Zad.5. Na spotkaniu ze znanym pisarzem 15% uczestników dostało od niego autografy. Oblicz, ile osób było na spotkaniu, jeśli pisarz rozdał 21 autografów?

[1]Zad. 1, I. Czarkowska, Łamigłówki dla podstawówki dla klas 4-6, Wydawnictwo Damidos 2013

[2]Zad. 2, 5, zadania autorskie

[3]Zad. 3, 4, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki zbiór ciekawych zadań z matematyki dla uczniów klas 5, 6 i wyższych, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2020

Zestaw 6.1.6 Procenty

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Tata Liczyrzepa zaoszczędziłby 15%.

Rozwiązanie: Kwota zakupu laptopa i modemu: 2000 zł + 1000zł = 3000zł

Kwota zakupu laptopa i modemu po obniżonej cenie: 1600 zł + 950 zł = 2550 zł

Zaoszczędzona kwota: 450 zł

$\frac{450}{3000} \cdot 100\% = 15\%$

Zad.2. **Odp.** Marcie pozostało 40% kieszonkowego.

Rozwiązanie: Wydana część pierwszego dnia to 20%, czyli 0,2 kieszonkowego; pozostała część to 80% czyli 0,8 kieszonkowego; wydana część drugiego dnia to 50% pozostałej kwoty, czyli 0,5 z 0,8 kieszonkowego.

Zad.3. **Odp.** Pan Hojny musi podnieść cenę o 25%.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x cenę początkową.
$0,8x$ - obniżona cena tabletu
Aby wrócić do ceny początkowej potrzebujemy podnieść nową cenę o $0,2x$.
$0,8x$ to nasze nowe 100%, stąd $0,2x$ to 25%.

Zad.4. **Odp.** Jeremi wypowiedział te słowa o godzinie 17:00.

Rozwiązanie: Czas który upłynął od południa = 100%. Czas do północy = 140%, co daje razem 240%. Czas od południa do północy to 12 godzin.
240% to 12 godzin
20% to 1 godzina
100% to 5 godzin

Zad.5. **Odp.** Na spotkaniu było 140 osób.

Rozwiązanie: Osoby które otrzymały autograf to 15%, czyli 21 osób.

Zatem 5% to 7 osób, a 100% to 140 osób.

Zestaw 6.1.7 Procenty

[Powrót]

Zad.1. Park miejski w kształcie prostokąta miał wymiary 0,15 km x 75 m. Wymiary tego parku zwiększono o 15%. O ile arów powiększyła się powierzchnia parku? Wynik podaj z dokładnością do 1 ara.

Zad.2. Znajdź liczbę dwucyfrową, w której suma cyfry dziesiątek i cyfry jedności wynosi 8, a cyfra jedności stanowi 60% cyfry dziesiątek.

Zad.3. Pod koniec listopada cena nart wzrosła o 35%, a w marcu zmniejszyła się o 35%. Czy po obniżce sezonowej cena nart wzrosła czy zmalała w porównaniu do ceny z początku listopada. O ile procent?

Zad.4. Jaki procent liczb naturalnych większych od 100 i mniejszych od 200 stanowią liczby podzielne przez 3 i 5 jednocześnie?

Zad.5. Cena roweru po 27% obniżce wynosi 2555 zł. O ile złotych obniżono cenę roweru? Zapisz obliczenia.

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 6.1.7 Procenty

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Powierzchnia parku powiększyła się o 36 arów.

Rozwiązanie: $150 \cdot 75 = 11\ 250\ \mathrm{m}^2 = 112,5$ a
$1,15 \cdot 150 = 172,5$; $1,15 \cdot 75 = 86,25$ m
$172,5 \cdot 86,25 = 14\ 878,125\ \mathrm{m}^2 = 148,78125$ a
$148,78125$ a $- 112,5$ a $= 36,28125$ a $= 36$ a.

Zad.2. **Odp.** Szukana liczba to 53.

Rozwiązanie:

Liczby spełniające pierwszy warunek to: 17, 71, 26, 62, 35, 53, 44.
Liczba, w której cyfra jedności jest mniejsza od cyfry dziesiątek to: 71, 62 i 53.
Liczba, w której cyfra jedności stanowi 60% cyfry dziesiątek to 53,
ponieważ $0,6 \cdot 5 = 3$.

Zad.3. **Odp.** Cena nart zmalała o 12,25%.

Rozwiązanie: Przyjmijmy, że cena nart wynosi 100 zł.
$1,35 \cdot 100 = 135$ zł – cena po podwyżce
$0,65 \cdot 135 = 87,75$ zł – cena po obniżce
$(100 - 87,75) : 100 = 0,1225 = 12,25\%$

Zad.4. **Odp.** Liczby te stanowią około 7%.

Rozwiązanie: Jest 99 liczb większych od 100, a mniejszych od 200.
Liczby podzielne jednocześnie przez 3 i 5 to: 105, 120, 135, 150, 165, 180 i 195.
Takich liczb jest 7, więc stanowią one $\frac{7}{99}$ czyli około 7% wszystkich liczb.

Zad.5. **Odp.** Cenę roweru obniżono o 945 zł.

Rozwiązanie: $2555 : 73 = 35$
$35 \cdot 100 = 3500$
$3500 - 2555 = 945$

Zestaw 6.1.8 Liczby dodatnie i ujemne

[Powrót]

Zad.1. Oblicz, ile należy dodać do wyniku dodawania $11 + (-18)$, aby otrzymać wynik odejmowania $(-11) - (-18)$.

Zad.2. Odgadnij dwie liczby, które spełniają równanie $|x - 1| = 1$.

Zad.3. Różnica dwóch liczb wynosi -6. Oblicz odjemną, jeżeli wiadomo, że odjemnik jest równy $-4,5$.

Zad.4. Jaki wynik otrzymamy, gdy liczbę -5 podzielimy przez kwadrat liczby do niej przeciwnej?

Zad.5. Wojtek obliczył, że średnia temperatura trzech kolejnych dni weekendu wynosiła $-5°$C. W piątek termometr wskazywał $-6°$C w niedzielę $-4°$C. Jaka była temperatura w sobotę?

[1]Zad. 1, 3, 4, zadania autorskie
[2]Zad. 2, 5, K. Zarzycka, P. Zarzycki, Zbiór zadań Matematyka 6 z plusem, GWO

Zestaw 6.1.8 Liczby dodatnie i ujemne

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Należy dodać 14.

Rozwiązanie: Obliczamy: $11 + (-18) = -7$ oraz $(-11) - (-18) = (-11) + 18 = 7$.

$-7 + x = 7, \quad x = 14$.

Zad.2. **Odp.** Liczbami spełniającymi równanie sa liczby 0 i 2.

Rozwiązanie: $x - 1 = 1$, $x = 2$ oraz $x - 1 = -1$, $x = 0$.

Zad.3. **Odp.** Odjemna jest równa $-10,5$.

Rozwiązanie: Odjemna – odjemnik = różnica. Oznaczmy x – odjemna. Zatem

$x - (-4,5) = -6$, skąd $x = -10,5$.

Zad.4. **Odp.** Szukaną liczbą jest $-\frac{1}{5}$.

Rozwiązanie: Liczbą przeciwną do -5 jest 5. Kwadrat liczby 5 to 25. Podzielmy -5 przez 25

$(-5) : 25 = -\frac{1}{5}$.

Zad.5. **Odp.** W sobotę termometr wskazywał -5°C.

Rozwiązanie: Średnia temperatura z trzech dni weekendu wynosiła $-5°C$, to suma temperatur była równa $(-5°C) \cdot 3 = -15°C$. Zatem

$-15°C - (-6°C) - (-4°C) = -5°C$.

Zestaw 6.2.1 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad.1. Ojciec z synem potrzebują na przekopanie działki 8 godzin. Sam Ojciec, pracując w tym samym tempie, przekopuje działkę w 12 godzin. Ile godzin zajmie ta praca synowi?

Zad.2. W pewnej chińskiej wiosce mieszka 29 rodzin. Każda rodzina ma albo jeden rower, albo dwa rowery, albo trzy rowery. Rodzin posiadających trzy rowery jest tyle samo, ile rodzin które mają po jednym rowerze. Ile jest rowerów w tej wiosce?

Zad.3. Andrzej jest znacznie lepszym biegaczem niż Darek i w biegu na 100m przerywa taśmę na mecie w momencie, gdy Darek ma do przebiegnięcia jeszcze 20m. Ich kolega Janek narysował w odległości 20m przed właściwą linią startu dodatkową linię i powiedział: - niech Darek zaczyna bieg z właściwej linii startu, a Andrzej z tej dodatkowej. Jeżeli wystartują jednocześnie i będą biegli z tymi samymi prędkościami, co zwykle, osiągną metę w tym samym momencie. Czy Janek ma rację? Jeżeli nie, to w jakiej odległości należałoby narysować dodatkową linię, aby przy równoczesnym starcie obaj biegacze znaleźli się jednocześnie na mecie?

Zad.4. W szkolnej wycieczce brała udział cała klasa VIb. W drodze doszło jednak do nieporozumień i uczestnicy rajdu podzielili się na dwie grupy. Gdyby Zosia przeszła z grupy pierwszej do drugiej, to w pierwszej grupie byłaby $\frac{1}{3}$ klasy. Gdyby Adam, Marian i Wojtek przeszli z grupy drugiej do pierwszej, to w grupie tej znalazłaby się połowa klasy. Ilu uczniów uczęszcza do VIb?

Zad.5. Babcia miała w spiżarni 24 jednakowe słoiki z konfiturami. Każdy słoik jest zamknięty hermetycznie. Jest tam pięć słoików pełnych, 11 napełnionych do połowy i 8 napełnionych w 75%. Babcia chciała sprawiedliwie obdzielić trzech wnuków tak, aby każdy otrzymał tę samą liczbę słoików i taką samą ilość konfitur. Czy potrafisz pomóc babci? Ile rozwiązań ma to zadanie?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, Zbigniew Romanowicz, Bartłomiej Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, wyd. Siedmioróg, 2013

[2] Zad. 5, Zbigniew Romanowicz, Edward Piegat, Sto zadań z błyskiem, wyd. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 1997

Zestaw 6.2.1 Wyrażenia algebraiczne, równania

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Przekopanie działki zajmie synowi 24 godziny.

Rozwiązanie: W ciągu 8 godzin ojciec przekopie $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ działki. Wobec tego w 8 godzin syn przekopuje $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ działki, czyli syn kopie dwa razy wolniej niż ojciec. Stąd wniosek, że syn będzie potrzebował $2 \cdot 12 = 24$ godzin na przekopanie całej działki.

Zad.2. **Odp.** W wiosce jest 58 rowerów.

Rozwiązanie: Jeśli każda rodzina, która ma trzy rowery, oddałaby jeden pojazd rodzinie mającej tylko jeden rower, to każda rodzina w wiosce miałaby po dwa rowery. Wobec tego wszystkich rowerów w wiosce jest $29 \cdot 2 = 58$.

Zad.3. **Odp.** Janek nie ma racji. Dodatkową linię należy narysować 25 m przed właściwą linią startu.

Rozwiązanie: Startując z linii dodatkowej, Andrzej ma do przebiegnięcia 120 m. Przebycie 100 m zajmuje mu tyle samo czasu, co Darkowi przebiegnięcie 80 m. Stąd wniosek, że Andrzej,zaczynajac 20 m wcześniej, zrówna się z Darkiem po przebyciu 100 m, czyli 20 m przed osiągnięciem mety, a na ostatnich 20 m wyprzedzi rywala. Janek nie ma więc racji. Zauważmy że przebycie 25 m zajmuje Andrzejowi tyle czasu, co Darkowi przebiegnięcie 20 m. Oznacza to, że Andrzej przebiegnie $5 \cdot 25 = 125 = 100 + 25$ m w tym samym czasie, co Darek $5 \cdot 20 = 100$ m.

Zad.4. **Odp.** Klasa VIb liczy 24 uczniów.

Rozwiązanie: x-liczba uczniów w pierwszej grupie

$3(x-1) = 2(x+3)x = 9$

$3(9-1) = 3 \cdot 8 = 24$

Zad.5. **Odp.** Zadanie ma trzy rozwiązania:

	pełne	Napełn. do połowy	Napełn. w 75%	pełne	Napełn. do połowy	Napełn. w 75%	pełne	Napełn. do połowy	Napełn. w 75%
1. wnuczek	0	2	6	1	3	4	1	3	4
2. wnuczek	2	4	2	2	4	2	1	3	4
3. wnuczek	3	5	0	2	4	2	3	5	0

Zestaw 6.2.2 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad.1. Jabłka kosztowały a zł za kilogram, a gruszki były dwa razy droższe. Marysia kupiła 1,70 kg jabłek i 90 dag gruszek. Zapłaciła banknotem pięćdziesięciozłotowym. Ile reszty otrzymała? Odpowiedź podaj w postaci wyrażenia algebraicznego i uprość je.

Zad.2. Jeśli pewną liczbę zwiększymy ośmiokrotnie, a następnie wynik zmniejszymy o połowę to otrzymamy kwadrat liczby 6. Znajdź tę liczbę.

Zad.3. Różnica dwóch liczb wynosi 36 a ich suma 80. Oblicz te liczby.

Zad.4. Świętując rocznicę ślubu pewna para zapaliła świecę, która spala się całkowicie w ciągu 13 godzin. Została ona zgaszona po 5 godzinach i okazało się, że pozostało 10 cm świecy. Jaka długa była świeca na początku?

Zad.5. Dla pewnych liczb x i y wartość wyrażenia $5x - 3y$ jest równa (-3). Oblicz dla tych samych x i y wartość wyrażeń: $\frac{1}{2(5x-3y)}$ oraz $15x - 9y$.

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 6.2.2 Wyrażenia algebraiczne, równania

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** $50 - 3,5a$

Rozwiązanie: $50 - (1,7a + 2a \cdot 0,9) = 50 - 3,5a$

Zad.2. **Odp.** Szukaną liczbą jest 9.

Rozwiązanie: x – szukana liczba

$8x : 2 = 6^2$

$x = 9$

Zad.3. **Odp.** Te liczby to 58 i 22.

Rozwiązanie: x – jedna liczba

$80 - x$ – druga liczba

$x - (80 - x) = 36$

Zad.4. **Odp.** Długość świecy na początku wynosiła 16,25 cm.

Rozwiązanie: x - długość świecy na początku

$\frac{8}{13}x = 10$

$x = 16,25$

Zad.5. **Odp.** $-\frac{1}{6}$; -9

Rozwiązanie: Skoro $5x - 3y = -3$, mamy więc:

$\frac{1}{2(5x-3y)} = \frac{1}{2\cdot(-3)} = -\frac{1}{6}$

oraz

$15x - 9y = 3(5x - 3y) = 3 \cdot (-3) = -9.$

Zestaw 6.2.3 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad.1. Bilet wstępu do muzeum dla osoby dorosłej kosztuje 8 zł. Dzieci płacą połowę tej ceny. W ubiegłą sobotę muzeum odwiedziło 50 osób płacąc za bilety łącznie 320 zł. Ilu dorosłych było wśród zwiedzających?

Zad.2. Do trzech sklepów dostarczono cukier. Do pierwszego i drugiego łącznie 400 kg. Do drugiego i trzeciego 300 kg, do pierwszego i trzeciego 440 kg. Ile cukru dostarczono do każdego sklepu?

Zad.3. Worek cementu waży 5 kg i jeszcze pół worka i jeszcze ćwierć worka. Ile waży worek cementu?

Zad.4. Milena ma trzy świece, z których jedna spala się w ciągu 4 minut, druga w ciągu 5 minut, a trzecia w ciągu 9 minut. Zapalenie i gaszenie każdej świecy odbywa się błyskawicznie. W jaki sposób za pomocą tych świec Milena może odmierzyć 6 minut?

Zad.5. Napisz ułamek równy $\frac{4}{3}$ tak, aby różnica między licznikiem, a mianownikiem tego ułamka wynosiła 5

[1]Zad. 1, zadanie autorskie.

[2]Zad. 2, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki,Koło matematyczne w szkole podstawowej, wyd. Aksjomat, Toruń 2008.

[3]Zad. 3, Zbiór zadań klasa 6 wyd. Nowa Era, 2019.

[4]Zad. 4, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat, Toruń 2020.

[5]Zad. 5, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Liga zadaniowa, wyd. Aksjomat, Toruń wydanie drugie.

Zestaw 6.2.3 Wyrażenia algebraiczne, równania

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Było 30 dorosłych.

Rozwiązanie: x - ilość dorosłych
$50 - x$ - ilość dzieci
$8x$ - koszt biletów dla dorosłych
$4 \cdot (50 - x)$ - koszt biletów dla dzieci
Rozwiązujemy równanie: $8x + 4(50 - x) = 320$, skąd dostajemy $x = 30$.

Zad.2. **Odp.** W I sklepie było 270 kg cukru, w II 130 kg, a w III 170 kg.

Rozwiązanie: $\mathrm{I} + \mathrm{II} = 400$ kg
$\mathrm{II} + \mathrm{III} = 300$ kg
z powyższych zależności dostajemy $\mathrm{I} = \mathrm{III} + 100$ kg
$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 440$ kg, gdzie po wstawieniu w miejsce I powyższej zależności otrzymujemy
$\mathrm{III} + 100$ kg $+ \mathrm{III} = 440$ kg, skąd $\mathrm{III} = 170$ kg.
W konsekwencji mamy $\mathrm{II} = 130$ kg oraz $\mathrm{I} = 270$ kg.

Zad.3. **Odp.** 20 kg

Rozwiązanie: worek $= w$
$w = 5 \text{ kg} + 0,5w + 0,25w$
$w = 20$ kg

Zad.4. **Odp.** Zapalamy jednocześnie wszystkie trzy świece. Czekamy aż 4 minutowa zgaśnie i gasimy pozostałe dwie. Druga świeca będzie paliła się jeszcze przez 1 minutę, a trzecia przez 5 minut, czyli razem 6 minut.

Zad.5. **Odp.** Szukany ułamek to $\frac{20}{15}$

Rozwiązanie: $\frac{4}{3} = \frac{x}{x-5}$
$x = \frac{20}{15}$.

Zestaw 6.3.1 Figury na płaszczyźnie

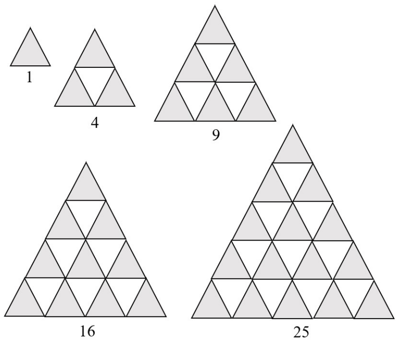
[Powrót]

Zad. 1. W trapezie równoramiennym z wierzchołków kątów rozwartych poprowadzono wysokości, które podzieliły trapez na kwadrat o boku 6 cm i dwa trójkąty równoramienne. Oblicz pole tego trapezu.

Zad. 2. Narysuj takie trzy różne prostokąty, żeby każdy można było podzielić odcinkami na siedem kwadratów (niekoniecznie takich samych). Podaj wymiary tych prostokątów.

Zad. 3. W pewnym trapezie suma miar kątów przy jednej podstawie jest dwa razy większa od sumy miar kątów przy drugiej podstawie. Jeden z kątów trapezu ma miarę 70°. Oblicz miarę pozostałych kątów trapezu. Podaj wszystkie możliwości.

Zad. 4. Chłopcy zbudowali trójkąt równoramienny, układając przylegające do siebie, wycięte z kartonu mniejsze trójkąty równoramienne. Mniejszy trójkąt ma obwód równy 18 cm, a jego podstawa jest równa 4 cm. Oblicz obwód powstałego trójkąta, wiedząc, że ułożyli ten trójkąt z 25 mniejszych trójkątów równoramiennych.



Zad. 5. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 53. Długość jednego z boków jest równa 13. Wyznacz długości boków tego trójkąta. Ile rozwiązań ma to zadanie?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, J. i J. Bednarczuk, Matematyczne Gwiazdki. Zbiór zadań ciekawych dla klas 5, 6 i wyższych

[2]Zad. 5, R. Gancarczyk, Matematyka. Korepetycje dla klas 6, wyd. Greg

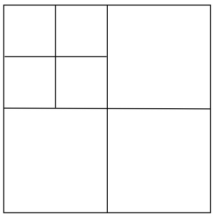
Zestaw 6.3.1 Figury na płaszczyźnie

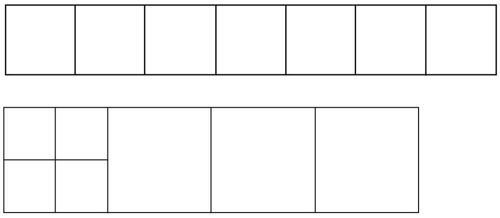
Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Pole trapezu jest równe 72 cm^2.

Rozwiązanie: Pole kwadratu jest równe 36 cm^2. Oba trójkąty są prostokątne i równoramienne i można je złożyć w kwadrat o boku 6 cm.

Zad.2. **Odp.**





Zad.3. **Rozwiązanie:** Rozpatrzmy 2 przypadki:
1) Kąt o mierze 70° jest kątem przy dłuższej podstawie. Wówczas drugi kąt przy dłuższej podstawie jest równy 50°, a kąty przy krótszej podstawie mają 110° i 130°.
2) Kąt o mierze 70° jest kątem przy krótszej podstawie. Wówczas drugi kąt przy krótszej podstawie jest równy 170°, a kąty przy dłuższej podstawie mają 110° i 10°.

Zad.4. **Odp.** Obwód tego trójkąta wynosi 90 cm.

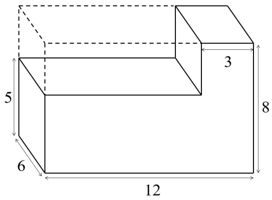
Rozwiązanie: Jedno ramię mniejszego trójkąta będzie wynosiło $a = (18 - 4) : 2 = 7$ cm. W trójkącie zbudowanym z 25 trójkątów jedno ramię będzie składało się z 5 ramion mniejszego trójkąta i 5 podstaw mniejszego trójkąta. $L = 2{\cdot}5{\cdot}7{+}5{\cdot}4 = 90$ cm.

Zad.5. **Odp.** Zadanie ma jedno rozwiązanie. Długości boków trójkąta wynoszą $13, 20, 20$.

Rozwiązanie: Ponieważ jest to trójkąt równoramienny rozważymy 2 przypadki:
1) Podstawa ma długość 13. Wtedy każde ramię ma długość $(53 - 13) : 2 = 20$. Liczby $13, 20, 20$ spełniają warunek trójkąta.
2) Każde ramię ma długość 13. Wtedy podstawa ma długość $53 - 2 \cdot 13 = 27$. Liczby $13, 13, 27$ nie spełniają warunku trójkąta.

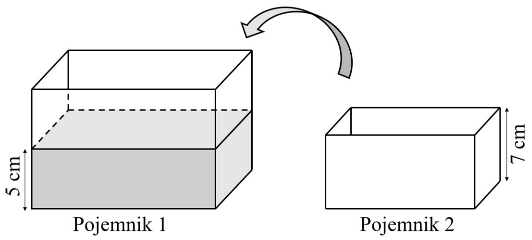
Zestaw 6.3.2 Bryły

[Powrót]



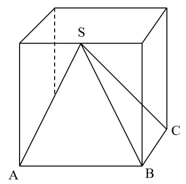
Zad. 1. Z kamiennego prostopadłościennego bloku wycięto prostopadłościenny kawałek, jak pokazano na rysunku. O ile zmniejszyła się powierzchnia tego kamiennego bloku?

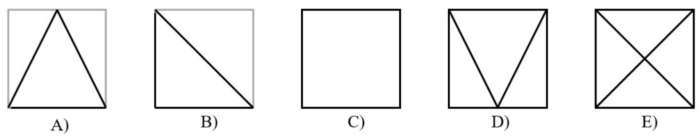
Zad. 2



Podstawa prostopadłościennego pojemnika 1 ma pole równe 2 dm^2. W pojemniku tym lustro wody sięga wysokości 5 cm. Pusty pojemnik 2 o polu podstawy 1 dm^2 i wysokości 7 cm wstawiono na dno pojemnika 1. Poziom wody w pojemniku 1 podniósł się i jej część przelała się do pojemnika 2. Do jakiego poziomu woda wypełniła pojemnik 2?

Zad. 3.





Rysunek powyżej, na lewo, przedstawia nieprzezroczystą piramidę ABCDS o podstawie kwadratowej ABCD, której wierzchołek S leży w środku krawędzi szkieletu sześcianu. Patrzymy na piramidę z góry, z dołu, z tyłu, z przodu, z lewa i z prawa. Który z rysunków po prawo nie przedstawia żadnego z tych widoków?

Zad. 4. W czasie ulewnego deszczu grunt pokryła warstwa wody o grubości 10 mm. Ile litrów wody spadło na 60-arową prostokątną działkę? Ile to wiader wody? (pojemność wiadra to 12 litrów)

Zad. 5. Marcel ma dwa prostopadłościenne pudełka: jedno mające krawędzie 12 cm, 15 cm i 25 cm, a drugie o krawędziach 14 cm, 15 cm i 18 cm. Ma także dwie reklamówki o wymiarach 28 cm × 45 cm, otwierające się wzdłuż krótszego boku. Które z tych pudełek Marcel może włożyć do reklamówki?

[1]Zad. 1, 2, 3, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki Matematyka bez formuł, wyd. Aksjomat, 2016

[2]Zad. 4, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzki Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy V, wyd. Nowik, 2002

[3]Zad. 5, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat, 2020

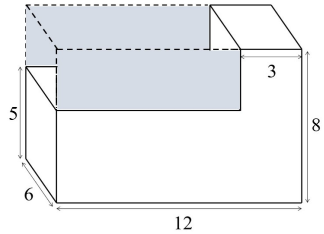
Zestaw 6.3.2 Bryły

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Pole zmniejszy się o 54.

Rozwiązanie:

Pole powierzchni otrzymanej bryły będzie mniejsze o sumę pól dwóch identycznych (zaznaczonych na rysunku) prostokątów o wymiarach 9×3. Oznacza to że pole zmniejszy się o $2 \cdot 3 \cdot 9 = 54$.



Zad.2. **Odp.** Przelana woda sięgnie do wysokości 3 cm.

Rozwiązanie: Objętość wody w pojemniku 1 jest równa $0,5$ dm $\cdot$ 2 dm^2 = 1 dm^3. Objętość pustego pojemnika 2 jest równa $0,7$ dm $\cdot$ 1 dm^2 = $0,7$ dm^3. Po wstawieniu pojemnika 2 do pojemnika 1 poziom wody w pojemniku 1 podniesie się i woda w ilości 1 dm^3 $-$ $0,7$ dm^3 = $0,3$ dm^3 przeleje się do pojemnika 2. Ponieważ podstawa pojemnika 2 ma powierzchnię 1 dm^2, więc przelana woda sięgnie do wysokości 3 cm.

Zad.3. **Odp.** Rysunek E nie przedstawia żadnego z tych widoków.

Rozwiązanie: rysunek A przedstawia widok piramidy z przodu,
rysunek B widok z prawej strony,
rysunek C widok z dołu,
rysunek D widok z tyłu

Zad.4. **Odp.** 60000 litrów, 5000 wiader.

Zad.5. **Odp.** Marcel może włożyć do reklamówki tylko pierwsze pudełko.

Rozwiązanie: Obwód otworu reklamówki jest równy 2×28 cm = 56 cm.
Obwód najmniejszej ściany pierwszego pudełka jest równy $2 \cdot (12 + 15) = 54$ cm
Obwód najmniejszej ściany drugiego pudełka jest równy $2 \cdot (14 + 15) = 58$ cm.

Zestaw 6.4.1 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Przez las szła gromada krasnoludków. W pewnym momencie jeden mówi do drugiego: ale nas jest dzisiaj dużo, chyba ze stu pięćdziesięciu. Na to ten odpowiada: gdyby nas było jeszcze raz tyle, jeszcze pół, jeszcze ćwierć, jeszcze siedmiu to byłoby stu pięćdziesięciu. Ilu krasnoludków było w lesie?

Zad. 2. W trójkącie ABC kąt A ma 60°, kąt B ma 70°. Przedłużono bok BC poza punkt C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $|CD| = |CA|$. Oblicz kąty trójkąta ACD.

Zad. 3. Łączna liczba wierzchołków, krawędzi i ścian pewnego graniastosłupa wynosi 122. Jaki wielokąt jest podstawą tego graniastosłupa? Wykonaj obliczenia z wykorzystaniem równania.

Zad. 4. Dwie maszyny kopały z dwóch stron tunel długości 15 km. Pierwsza maszyna przekopała 20% tej długości, a druga 40% pozostałej części tunelu. Jaka część tunelu została do przekopania? Zapisz wynik w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 5. W trapezie równoramiennym każde z ramion ma długość 5 cm, a wysokość 3 cm. Pole trapezu jest równe 30 cm^2. Oblicz obwód tego trapezu.

[1]Zad. 1, Czasopismo "Matematyka w szkole" nr 8 styczeń-luty 2021.
[2]Zad. 2, 3, Czasopismo "Matematyka w szkole" nr 7 listopad-grudzień 2000.
[3]Zad. 4, 5, zadania autorskie.

Zestaw 6.4.1 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** W lesie było 52 krasnoludków.

Rozwiązanie: $x + x + 0,5x + 0,25x + 7 = 150$
$2,75x = 143$
$x = 52$

Zad. 2. **Odp.** Kąty trójkąta ACD: 25°, 25°, 130°.

Rozwiązanie: $60° + 70° = 130°$
$\frac{(180^o - 130^o)}{2} = 25^o$

Zad. 3. **Odp.** Podstawą tego graniastosłupa jest dwudziestokąt.

Rozwiązanie: $2x + 3x + x + 2 = 122$
$x = 20$

Zad. 4. **Odp.** Do przekopania zostało $\frac{12}{25}$ tunelu.

Rozwiązanie: $0,2 \cdot 15$ km $= 3$ km
$0,4 \cdot 12$ km $= 4,8$ km
3 km $+ 4,8$ km $= 7,8$ km
15 km $- 7,8$ km $= 7,2$ km
$\frac{72}{150} = \frac{12}{25}$

Zad. 5. **Odp.** Obwód tego trapezu wynosi 30 cm.

Rozwiązanie: $\frac{(a+b) \cdot 3}{2} = 30$
$a + b = 20$
20 cm $+ 10$ cm $= 30$ cm

Zestaw 6.4.2 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Basenik ogrodowy napełniany jest trzema kranami. Kran A może napełnić cały basen w 24 minuty, kran B w 12 minut, zaś kran C w 8 minut. W jakim czasie napełnią basen trzy krany otwarte jednocześnie?

Zad. 2. Andrzej zbiera znaczki pocztowe. 60% całego zbioru stanowią znaczki polskie, 10% pozostałych znaczki niemieckie. Oprócz polskich i niemieckich Andrzej ma jeszcze 72 znaczki angielskie. Ile znaczków pocztowych liczy kolekcja Andrzeja?

Zad. 3. Na trasie rajdu rowerowego jest 14 punktów kontrolnych, przy czym pierwszy punkt jest na starcie, a ostatni na mecie. Odległość między pierwszym a piątym punktem jest równa 20km. Jak długa jest trasa rajdu, jeśli odległości między kolejnymi punktami kontrolnymi są jednakowe?

Zad. 4. Na osi liczbowej zaznaczono liczby 2022 i 8102. Znajdź liczbę na osi liczbowej leżącą w jednakowej odległości od obu tych liczb.

Zad. 5. Michał przeczytał w pierwszym dniu 25% książki liczącej 320 stron, drugiego dnia 20% reszty. Trzeciego dnia połowę tego co pierwszego i drugiego dnia razem. W pozostałe dni czytał po 32 strony dziennie. Ile dni Michał czytał książkę?

[1] Zad. 1, zadanie autorskie na podstawie Konkursu matematycznego dla gimnazjum 2007/2008 KO Lublin

[2] Zad. 2, zadanie autorskie na podstawie Konkursu matematycznego dla gimnazjum 2005 KO Lublin

[3] Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie na podstawie Wojewódzkiego konkursu matematycznego dla szkoły podstawowej w roku szkolnym 2019/2020 stopień szkolny 17.10.2019 woj. podlaskie

Zestaw 6.4.2 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Cały basen zostanie napełniony przez trzy krany w 4 minuty.

Rozwiązanie: W ciągu 1 minuty: kran $A - \frac{1}{24}$ basenu; kran $B - \frac{1}{12}$ basenu; kran $C - \frac{1}{8}$ basenu; razem: $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ basenu.

Zad. 2. **Odp.** Kolekcja Andrzeja liczy 200 znaczków.

Rozwiązanie: Oznaczmy:
x - liczba wszystkich znaczków;
$60\%x$ - liczba znaczków polskich;
$4\%x$ - liczba znaczków niemieckich.
$60\%x + 4\%x + 72 = x$
$x = 200$

Zad. 3. **Odp.** Trasa rajdu wynosi 65 km.

Rozwiązanie: Cała trasa składa się z 13 odcinków. Od pierwszego do piątego punktu są cztery odcinki, a odległość ta wynosi 20 km. Zatem jeden odcinek ma długość 5 km, a cała trasa: $13 \cdot 5$ km $= 65$ km.

Zad. 4. **Odp.** Szukaną liczbą jest 5062.

Rozwiązanie: $\frac{8102-2022}{2} = \frac{6080}{2} = 3040$
$2022 + 3040 = 5062$

Zad. 5. **Odp.** Michał czytał książkę przez 7 dni.

Rozwiązanie: Dzień I: $320 : 4 = 80$;
Dzień II: $0,2 \cdot (320 - 80) = 0,2 \cdot 240 = 48$;
Dzień III: $(80 + 48) : 2 = 64$;
Razem: $80 + 48 + 64 = 192$.
$(320 - 192) : 32 = 4$
$4 + 3 = 7$

Zestaw 6.4.3 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Pole powierzchni sześcianu wynosi 96 cm^2. Ile sześcianików o krawędzi 2 cm potrzeba do jego zbudowania?

Zad. 2. Zosia zjada mini pizzę w 6 minut, a jej młodsza siostra w 12 minut. Ile minut zajmie im zjedzenie mini pizzy wspólnie?

Zad. 3. Mama upiekła ciasteczka dla swojej trójki dzieci. $\frac{5}{8}$ wszystkich ciasteczek zjadła Gosia, $\frac{1}{4}$ wszystkich ciasteczek dostał Staś. Dla Krystiana pozostało 6 ciasteczek. Ile ciasteczek upiekła mama?

Zad. 4. Kozaki na początku sezonu zimowego kosztowały 640 zł. W styczniu ich cena została obniżona o 15%. W lutym ich cena została ponownie obniżona o 50%. O ile procent kozaki były tańsze w lutym w porównaniu do początku sezonu?

Zad. 5. Basen w ogródku Krzysia ma długość 10 m, szerokość 4 m i wysokość 1,5 m. Ostatnio był remontowany i spuszczono z niego całą wodę. Ile godzin będzie trwało napełnianie tego basenu w całości, gdyby woda wlewała się do niego z prędkością 100 litrów na minutę?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 6.4.3 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Potrzeba 8 takich sześcianików.

Rozwiązanie: Krawędź większego sześcianu = 4 cm, bo $4 \cdot 4 \cdot 6 = 96$
$V_{4x4} = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
$V_{2x2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
Liczba sześcianików $64 : 8 = 8$

Zad. 2. **Odp.** Razem zjadłyby mini pizzę w 4 minuty.

Rozwiązanie: Część pizzy jedzona wspólnie przez dziewczynki w jedną minutę: $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$.

Czas potrzebny na zjedzenie pizzy wspólnie = 4 min.

Zad. 3. **Odp.** Mama upiekła 48 ciasteczek.

Rozwiązanie: Gosia: $\frac{5}{8}$ ciasteczek
Staś: $\frac{1}{4}$ ciasteczek
Razem: $\frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$
Krystian: $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ – to 6 ciasteczek
Otrzymujemy: $8 \cdot 6 = 48$ ciasteczek.

Zad. 4. **Odp.** W porównaniu do początku sezonu kozaki były tańsze o 57,5%.

Rozwiązanie: Cena kozaków w styczniu: $0,85 \cdot 6,40$ zł $= 544$ zł
Cena kozaków w lutym: $0,5 \cdot 544$ zł $= 272$ zł
Całkowity procent obniżki $= 100\% \cdot \frac{(640-272)}{640} = 57,5\%$

Zad. 5. **Odp.** Napełnienie basenu będzie trwało 10 godzin.

Rozwiązanie: $V = 10\text{ m} \cdot 4\text{ m} \cdot 1,5\text{ m} = 60\text{ m}^3 = 60\,000$ l
$60\,000 : 100 = 600$ min $= 10$ h

Zestaw 6.4.4 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Dany jest taki sześciokąt ABCDEF, że AD, BE i CF przecinają się w jednym punkcie oraz $|AD| = |BE| = |CF| = 1$. Sprawdź, czy obwód sześciokąta ABCDEF jest zawsze mniejszy od 6. Uzasadnij odpowiedź i zapisz obliczenia.

Zad. 2. Mamy 3 beczki: pierwsza jest pełna wody, a dwie kolejne są puste. Jeżeli drugą beczkę napełnimy wodą z pierwszej, to w pierwszej beczce zostanie $\frac{3}{5}$ jej zawartości. Jeżeli następnie trzecią napełnimy wodą z drugiej, to w drugiej zostanie $\frac{1}{6}$ jej zawartości. Gdyby zaś z pierwszej pełnej beczki napełnić wodą obie puste beczki: drugą i trzecią, to w pierwszej zostanie 320 litrów wody. Jaka jest pojemność każdej beczki?

Zad. 3. Długości boków trójkąta są w stosunku 6 : 7 : 11, a obwód wynosi 96. Oblicz długość najdłuższego boku.

Zad. 4. Weronika policzyła, że do ponumerowania stron książki, którą właśnie przeczytała, zużyto 390 cyfr. Ile stron ma ta książka? Ile razy w numeracji stron użyto cyfry 6? Zapisz obliczenia.

Zad. 5. W 2018 roku 1 września wypadł w sobotę. Jaki dzień tygodnia będzie 1 września 2029 roku? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. sobota

B. niedziela

C. czwartek

D. piątek

[1]Zad. 1, Małopolski Konkurs Matematyczny, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019
[2]Zad. 2, Mazowiecki Konkurs z Matematyki, etap wojewódzki, rok szk. 2017/2018
[3]Zad. 3, 4, D. Masłowska „Konkursy dla szkoły podstawowej”, wyd. Aksjomat 2019r.
[4]Zad. 5, Podkarpacki Konkurs z Matematyki, etap szkolny, rok szk. 2018/2019

Zestaw 6.4.4 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Rozwiązanie:** Wiemy, że$|AD| = |BE| = |CF| = 1$. Przyjmijmy, że AD, BE i CF przecinają się w punkcie S.
Wtedy: $|AB| < |AS| + |BS|$ i $|ED| < |SD| + |SE|$.
Zatem: $|AB| + |ED| < |AS| + |BS| + |SD| + |SE|$.
Stąd: $|AB| + |ED| < 2$.
Analogicznie pokazujemy, że $|BC| + |EF| < 2$ i $|DC| + |FA| < 2$.
Stąd obwód wynosi $|AB| + |ED| + |BC| + |EF| + |DC| + |FA| < 2 + 2 + 2 < 6$.

Zad. 2. **Odp.** Pojemność pierwszej beczki: 1200 litrów, drugiej beczki: 480 litrów, trzeciej beczki: 400 litrów.

Rozwiązanie: Przyjmijmy: x – pojemność pierwszej beczki, wtedy
$x - \frac{2}{5}x - \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5}x = x - 320$

Zad. 3. **Odp.** Najdłuższy bok ma długość 44.

Rozwiązanie: Z proporcji otrzymujemy: $6x + 7x + 11x = 96$
Stąd $x = 4$. Zatem najdłuższy bok trójkąta ma długość $11 \cdot 4 = 44$.

Zad. 4. **Odp.** Książka ma 166 stron. Cyfra 6 została użyta 34 razy.

Rozwiązanie: Suma cyfr użytych do zapisania liczb jednocyfrowych i dwucyfrowych wynosi $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 = 189$. Do zapisania liczb trzycyfrowych pozostaje $390 - 189 = 201$ cyfr, czyli można zapisać $201 : 3 = 67$ takich liczb. Książka ma więc $99 + 67 = 166$ stron. Cyfra 6 w rzędzie jedności występuje 17 razy i w rzędzie dziesiątek też 17 razy, czyli w sumie 34 razy.

Zad. 5. **Odp.** Sobota

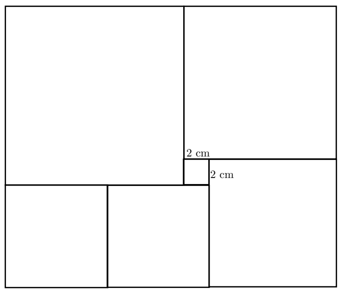
Zestaw 6.4.5 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Jakie działanie powinieneś zapisać w miejsce ◯ aby uzyskać możliwie największy wynik? Jaka jest wartość tego wyniku?

$$\frac{1,7 : (3\frac{1}{4} - 2\frac{2}{5})}{3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{1}{8}} \bigcirc \frac{3,02 - [4,2 - (1,66 - 0,36)]}{3,5 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,25}$$

Zad. 2. W konkursie matematycznym liczba uczestników powiększyła się w porównaniu z rokiem ubiegłym o 32%. W ubiegłym roku dziewczęta stanowiły 55%, a w tym tylko 50% liczby uczestników. Czy liczba dziewcząt w porównaniu z rokiem ubiegłym zmalała, czy wzrosła, i o ile procent?



Zad. 3. Przedstawiony na rysunku prostokąt składa się z sześciu kwadratów. Najmniejszy z nich ma bok długości 2 cm. Ile wynosi pole prostokąta?
Uwaga: Na rysunku nie jest zachowana odpowiednia skala!

Zad. 4. W trzech koszach jest 81 jabłek. W pierwszym koszu jest o 25 jabłek mniej niż w pozostałych razem. W trzecim jest 50% tego, co pierwszym i drugim razem. Ile jest jabłek w każdym koszu?

Zad. 5. Suma długości krawędzi sześcianu jest równa sumie długości krawędzi bocznych prostopadłościanu i wynosi 72cm. Krawędzie podstawy prostopadłościanu wyrażają się kolejnymi liczbami naturalnymi. Jakie wymiary ma prostopadłościan, a jaka jest długość krawędzi sześcianu, jeżeli bryły te mają taką samą objętość?

[1]Zad. 1, 2, M. Rosół, E. Wilińska, R. Dróż Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej. Zbiór zadań z konkursów w województwie kujawsko-pomorskim wyd. Aksjomat, 2017

[2]Zad. 3, Z. Romanowicz, B. Dyda Zadania dla przyszłych olimpijczyków. wyd. Siedmioróg, 2022

[3]Zad. 4, 5, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzki Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy VI, wyd. Nowik, 2020

Zestaw 6.4.5 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Aby uzyskać najwyższy wynik działania należy wstawić dzielenie.

Rozwiązanie: Po wstawieniu dzielenia wartość tego wyrażenia wynosi 4.
$\frac{2}{5} : \frac{0{,}12}{1{,}2}$ czyli $\frac{2}{5} : \frac{1}{10}$

Zad. 2. **Odp.** W porównaniu z ubiegłym rokiem liczba dziewcząt wzrosła o 20%.

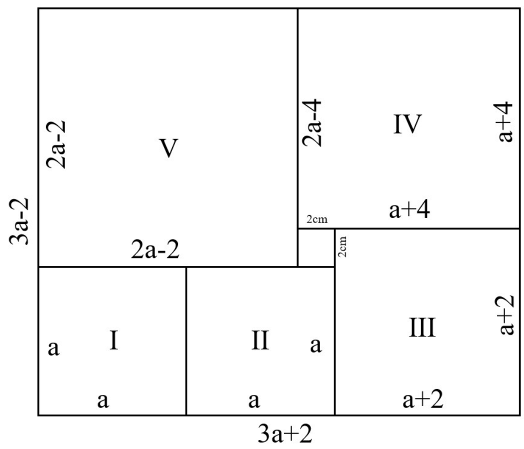
Rozwiązanie:

	W roku ubiegłym	Obecnie
Liczba uczestników	x	$x + 32\% = 1,32x$
Liczba dziewcząt	$0,55x$	$0,5 \cdot 1,32x = 0,66x$

Różnica: $0,66x - 0,55x = 0,11x$, stąd $\frac{11}{55} = \frac{1}{5} = 20\%$.

Zad. 3. **Odp.** Pole prostokąta wynosi 572 cm^2.

Rozwiązanie:
$2a - 4 = a + 4$
$a = 8$ cm
$P = (3a - 2)(3a + 2) =$
$= (3 \cdot 8 - 2)(3 \cdot 8 + 2) =$
$= 22 \cdot 26 = 527$ cm^2.



Zad. 4. **Odp.** W pierwszym koszu jest 28 jabłek, w drugim – 26 jabłek, a w trzecim – 27 jabłek.

Rozwiązanie: a - ilość jabłek w I koszu, b - ilość jabłek w II koszu, c - ilość jabłek w III koszu
$a + b + c = 81$
$a = b + c - 25$
$c = (a + b) : 2$, więc $2c = a + b$
$2c + c = 81$, skąd $c = 27$

$a = b + 27 - 25$, więc $a = b + 2$
$b + 2 + b + 27 = 81$, więc $2b = 81 - 29$
$2b = 52$
$b = 26$, zaś $a = 28$.

Zad. 5. **Odp.** Krawędź sześcianu jest równa 6 cm, a krawędzie prostopadłościanu wynoszą: $4\text{ cm}, 3\text{ cm}$ i 18 cm.

Rozwiązanie: a - krawędź sześcianu
$12a = 72$ cm - suma długości krawędzi sześcianu
$a = 6$ cm
$V_{\text{sześcianu}} = (6\text{ cm})^3 = 216\text{ cm}^3$
c - wysokość prostopadłościanu
$4c = 72$ cm - suma długości krawędzi bocznych prostopadłościanu
$c = 18$ cm
$V_{\text{prostopadłościanu}} = a \cdot b \cdot c = 216\text{ cm}^3$
$216\text{ cm}^3 = a \cdot b \cdot 18\text{ cm}$
$a \cdot b = 12\text{ cm}^2$
$3\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$.

Zestaw 6.4.6 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Uczniowie klas szóstych sprzedawali babeczki na kiermaszu. Klasa 6a zarobiła – 120 zł, klasa 6b – 300 zł, klasa 6c – 480 zł, klasa 6d – 300 zł. Jako nagrodę za udział w kiermaszu Rada Rodziców przeznaczyła 120 zł do wydania na potrzeby klasy do podziału dla wszystkich klas szóstych. Jak sprawiedliwie rozdzielić nagrodę pomiędzy te klasy?

Zad. 2. W sklepiku szkolnym sprzedawane są trzy rodzaje batoników: czekoladowe, orzechowe i truskawkowe. Batoników czekoladowych jest tyle samo co truskawkowych i orzechowych łącznie, a truskawkowych jest o 6 mniej niż orzechowych. Razem jest 40 batoników. Ile batonów każdego rodzaju jest w sklepiku?

Zad. 3. Pudełko ma wymiary: szerokość 54 cm, długość 40,5 cm i wysokość 45 cm. Jaką maksymalną liczbę opakowań czekoladek, w kształcie sześcianu o boku 4,5 cm można włożyć do tego pudełka?

Zad. 4. Pani Kasia otworzyła cukiernię. Na dzień otwarcia przygotowała 305 porcji ciasta. Porcje szarlotki stanowiły $\frac{2}{5}$ z nich. Przez cały dzień pani Kasia sprzedała 105 porcji szarlotki i $\frac{2}{3}$ innych ciast, które przygotowała. Ile porcji ciasta pozostało w cukierni pani Kasi po pierwszym dniu?

Zad. 5. W pewnym klubie sportowym dziewczęta stanowią 35% członków, a 22% dziewcząt i 12% chłopców w tym klubie to 12-latki. Czy spośród wszystkich 12-latków w tym klubie jest więcej dziewcząt czy chłopców?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 6.4.6 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.**Klasa 6a powinna dostać 12zł, 6b – 30zł, 6c – 48zł, 6d – 30zł. **Rozwiązanie:** Łączny zysk z kiermaszu: $120 + 300 + 480 + 300 = 1200$zł.

$1200 : 120 = 10$, czyli poszczególne klasy powinny dostać odpowiednio:

Klasa 6a: $120 : 10 = 12$ zł; Klasa 6b: $300 : 10 = 30$ zł;

Klasa 6c: $480 : 10 = 48$ zł; Klasa 6d: $300 : 10 = 30$ zł.

Zad. 2. **Odp.** W sklepiku jest 20 batoników czekoladowych, 7 truskawkowych i 13 batonów orzechowych.

Rozwiązanie: Czekoladowe + truskawkowe + orzechowe = 40

Truskawkowe + orzechowe = czekoladowe = 20

Truskawkowych jest o 6 mniej niż orzechowych, mamy więc:

$20 - 6 : 2 = 7$ batoników truskawkowych i $20 - 7 = 13$ batoników orzechowych.

Zad. 3. **Odp.** Do pudełka można włożyć maksymalnie 1080 opakowań czekoladek.

Rozwiązanie: Sprawdźmy ile opakowań czekoladek zmieści się w pudełku

Na szerokość – $54 : 4,5 = 12$; Na długość – $40,5 : 4,5 = 9$; Na wysokość – $45 : 4,5 = 10$.

W pudełku zmieści się zatem: $12 \cdot 9 \cdot 10 = 1080$ opakowań czekoladek.

Zad. 4. **Odp.** W cukierni Pani Kasi pozostało 78 porcji ciasta.

Rozwiązanie: Porcje szarlotki: $\frac{2}{5} \cdot 305 = 122$;

inne: $305 - 122 = 183$.

Pozostałe ciasta sprzedane pierwszego dnia: $\frac{2}{3} \cdot 183 = 122$,

a więc łącznie Pani Kasia sprzedała $122 + 105 = 227$, czyli zostało $305 - 227 = 78$ porcji.

Zad. 5. **Odp.** W tym klubie w grupie 12-latków jest więcej chłopców.

Rozwiązanie: 12-letnie dziewczęta: $0,35 \cdot 0,22 = 0,077$

12-letni chłopcy: $0,65 \cdot 0,12 = 0,078$

Zestaw 6.4.7 Mix po klasie 6

[Powrót]

Zad. 1. Ułóż kwadrat magiczny z liczb: $2, 3, 4, 12, 13, 14, 22, 23, 24$.

Zad. 2. Ile kilogramów ryb złowili trzej wędkarze, jeżeli pierwszy złowił $\frac{3}{4}$ tego co drugi, a drugi $\frac{2}{3}$ tego co trzeci, a trzeci złowił $8\frac{2}{5}$ kg ryb?

Zad. 3. Motocyklista po przejechaniu $0,3$ całej trasy zauważył, że pozostało mu do przebycia o 24 km więcej, niż przejechał. Ile kilometrów miał do przebycia motocyklista?

Zad. 4. Suma kolejnych trzech liczb parzystych jest równa 72. Jakie to liczby?

Zad. 5. Znajdź cyfrę jedności iloczynu $11 \cdot 23 \cdot 37 \cdot 49$.

[1]Zad. 1, 2, S. Kalisz, J. Kulbicki, H. Rudzik Matematyka na szóstkę zadania dla klasy 6, wyd. Nowik 2009

[2]Zad. 3, 4, S. Durydivka, S. Łęski, Liczę z Pitagorasem klasa 6, wyd. ADAM 2014

[3]Zad. 5, Jędrzejewicz A. Żurek Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej wyd. GWO 2013

Zestaw 6.4.7 Mix po klasie 6

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.**

23	2	14
4	13	22
12	24	3

Zad. 2. **Odp.** $18,2$ kg ryb.

Rozwiązanie: $\frac{2}{3} \cdot \frac{42}{5} = \frac{28}{5}$
$\frac{3}{4} \cdot \frac{28}{5} = \frac{21}{5}$
$\frac{42}{5} + \frac{28}{5} + \frac{21}{5} = \frac{91}{5} = 18,2$

Zad. 3. **Odp.** 60 km.

Rozwiązanie: $0,3x + 0,3x + 24 = x,\ \ x = 60.$

Zad. 4. **Odp.** Liczby te to 22, 24, 26.

Rozwiązanie: $2x$ – pierwsza liczba parzysta
$2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 72,\ \ x = 11.$

Zad. 5. **Odp.** Szukana cyfra to 9.

Zestaw 7.1.1 Liczby, działania, procenty

[Powrót]

Zad. 1. Która jest godzina, jeśli wiesz, że pozostałą część doby stanowi 20% tej części, która już minęła?

Zad. 2. W naczyniu A znajduje się pięć litrów 20-procentowego roztworu kwasu solnego, w naczyniu B – dziewięć litrów 10-procentowego roztworu kwasu solnego. Z naczynia A przelano do naczynia B jeden litr roztworu, dokładnie wymieszano, a następnie z naczynia B przelano do naczynia A jeden litr roztworu. Jak zmieniło się stężenie procentowe roztworu w każdym naczyniu?

Zad. 3. Uzasadnij, że liczba $2019^{2019} - 123^{122}$ jest podzielna przez 10.

Zad. 4. Suma cyfr liczby naturalnej $4^{1008} \cdot 5^{2019}$ zapisanej w systemie dziesiątkowym pozycyjnym jest równa

A) 5 B) 7 C) 8 D) 13

Zad. 5. Towar dwukrotnie zdrożał najpierw o 10%, potem o 20%, a następnie staniał o 30%. O ile procent różni się obecnie cena towaru od ceny początkowej?

[1]Zad. 1, Małopolski konkurs Matematyczny dla uczniów szkół podstawowych, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019

[2]Zad. 2, Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z matematyki dla uczniów szkół podstawowych, województwo kujawsko-pomorskie, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019

[3]Zad. 3, Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów szkół podstawowych, województwo pomorskie, rok szk. 2018/2019

[4]Zad. 4, Konkurs z Matematyki dla uczniów szkół podstawowych, województwo podkarpackie, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019

[5]Zad. 5, A. Giszczak, U. Łapińska „Zbiór zadań dla uczniów szkół podstawowych -Egzaminy wstępne i olimpiady matematyczne”, Wyd. Antoni Dudek, Lublin 1998

Zestaw 7.1.1 Liczby, działania, procenty

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Jest godzina 20:00.

Zad. 2. **Odp.** Stężenie procentowe w naczyniu A zmalało o 1,8 p.p. , zaś w naczyniu B wzrosło o 1 p.p.

Rozwiązanie:
Naczynie B: $10\% \cdot 9 + 20\% \cdot 1 = x\% \cdot 10$, stąd $x = 11\%$
Naczynie A: $20\% \cdot 4 + 11\% \cdot 1 = y\% \cdot 5$, stąd $x = 12,2\%$.

Zad. 3. **Rozwiązanie:**
$2019^1 = \ldots 9$, $2019^2 = \ldots 1$, $2019^3 = \ldots 9$, $2019^4 = \ldots 1$
Zatem: $2019^{2019} = \ldots 9$, $123^1 = \ldots 3$, $123^2 = \ldots 9$, $123^3 = \ldots 7$, $123^4 = \ldots 1$
Zatem: $123^{122} = \ldots 9$
Stąd otrzymujemy: $\ldots 9 - \ldots 9 = \ldots 0$
$\ldots 0 : 10 \in \mathbb{C}$
Cyfrą jedności tej liczby jest 0, zatem ta liczba dzieli się przez 10.

Zad. 4. **Odp.** Suma cyfr wynosi 8.

Rozwiązanie: $4^{1008} \cdot 5^{2019} = 4^{1008} \cdot 5^{1008} \cdot 5^{1008} \cdot 5^3 = (4 \cdot 5 \cdot 5)^{1008} \cdot 125 = 100^{1008} \cdot 125 = (10^2)^{1008} \cdot 125 = 10^{2016} \cdot 125 = 1250\ldots 0$.
Suma cyfr: $1 + 2 + 5 + 0 = 8$.

Zad. 5. **Odp.** Jest tańszy o $7,6\%$.

Rozwiązanie: Przyjmijmy: x – cena początkowa.
Cena po obu podwyżkach $1,1 \cdot 1,2x = 1,32x$.
Cena po obniżce: $0,7 \cdot 1,32x = 0,924x$.
$1x - 0,924x = 0,076x = 7,6\%x$.

Zestaw 7.1.2 Liczby, działania, procenty

[Powrót]

Zad. 1. Liczbę x zwiększono o 20%, a następnie nowo otrzymaną liczbę zmniejszono o 20%. Jaki jest stosunek otrzymanej liczby do liczby x ?

Zad. 2. Krawędź sześcianu zwiększono o 20%. O ile procent zwiększy się powierzchnia tego sześcianu?

Zad. 3. Cenę towaru zmniejszono o 10%. O ile procent należy ją powiększyć aby wrócić do ceny początkowej?

Zad. 4. Liczba a jest większa od liczby c o 50%, a liczba b jest większa od liczby c o 20%. O ile procent liczba a jest większa od liczby b?

Zad. 5. Obroty pewnej firmy w drugim roku działalności wzrosły o 10% w stosunku do pierwszego roku, w trzecim roku spadły o 50%, a w czwartym podwoiły się. Czy w czwartym roku obroty były większe, czy mniejsze niż w pierwszym? O ile procent?

[1] Zad. 1, 2, zadania autorskie na podstawie Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką, Liga zadaniowa

[2] Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie na podstawie Z. Narojczyk, J Sterczewska, B. Kot, Zbiór zadań z konkursów w województwie kujawsko-pomorskim, wyd. Aksjomat

Zestaw 7.1.2 Liczby, działania, procenty

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** $0,96$ (liczba zmniejszyła się o 4%).

Zad. 2. **Odp.** O 44%.

Rozwiązanie:
a – długość krawędzi sześcianu przed zmianami (Pole powierzchni $= 6a^2$)
$1,2a$ – długość krawędzi sześcianu po zmianie (Pole powierzchni $= 8,64a^2$)
$\frac{8,64-6}{6} = 44\%$.

Zad. 3. **Odp.** O $11\frac{1}{9}\%$.

Rozwiązanie: x – procent, o który podwyższono liczbę a
$0,9a + x \cdot 0,9a = a$
$a(0,9 + 0,9x) = a$
$0,9 + 0,9x = 1$
$x = \frac{1}{9} = 11\frac{1}{9}\%$

Zad. 4. **Odp.** O 25%.

Zad. 5. **Odp.** Były większe, o 10%.

Zestaw 7.1.3 Liczby, działania, procenty

[Powrót]

Zad. 1. Mama Adriana sadziła w ogródku tulipany. Pierwszego dnia posadziła $\frac{1}{5}$ wszystkich tulipanów, drugiego połowę pozostałych. Jaki procent wszystkich kwiatów stanowią posadzone tulipany?

Zad. 2. Cena pewnego towaru wraz z 8% stawką VAT jest równa 172,80 zł. Oblicz cenę tego towaru, gdyby stawka VAT była równa 23% zamiast 8%.

Zad. 3. Każdy bok pewnego kwadratu zmniejszono o 50%. O ile procent zmniejszyło się pole tego kwadratu?

Zad. 4. W konkursie matematycznym liczba uczestników powiększyła się w porównaniu z rokiem ubiegłym o 32%. W ubiegłym roku dziewczęta stanowiły 55%, a w tym – tylko 50% liczby uczestników. Czy liczba dziewcząt w porównaniu z rokiem ubiegłym zmalała, czy wzrosła, i o ile procent?

Zad. 5. Cena pewnego towaru jest równa 80 zł. Przy sprzedaży tego towaru sklep zarabia 2% jego ceny. Ile sztuk tego towaru sklep musi sprzedać, by zarobić 320 zł?

[1]Zad. 1, 2, S. Kalisz, J. Kulbicki, Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy VII, wyd. Nowik Sp. j. Opole 2020

[2]Zad. 3, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat Toruń 20202

[3]Zad. 4, 5, M. Rosół, E. Wilińska, R. Dróż, Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej, wyd. Aksjomat Toruń 2017

Zestaw 7.1.3 Liczby, działania, procenty

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 40%.

Rozwiązanie: I dzień: $\frac{1}{5} = 20\%$ - posadzone tulipany
80% - pozostałe tulipany
II dzień: $80\% : 2 = 40\%$ - posadzone tulipany
$100\% - 20\% - 40\% = 40\%$

Zad. 2. **Odp.** Cena towaru wynosiłaby $196,80$ zł.

Rozwiązanie: $108\% - 172,8$ zł
$100\% - x$ zł
$x = 160$ zł
$123\% - 196,8$ zł.

Zad. 3. **Odp.** Pole kwadratu zmniejszyło się o 75%.

Rozwiązanie:

a – bok kwadratu $\quad 0,5a$ – bok kwadratu pomniejszony o 50%
a^2 – pole kwadratu $\quad 0,25a$ – pole kwadratu o pomniejszonych bokach
$a - 0,25a = 0,75a$

Zad. 4. **Odp.** W porównaniu z rokiem ubiegłym liczba dziewcząt wzrosła o 20%.

Rozwiązanie:

	W roku ubiegłym	Obecnie
Liczba uczestników	x	$x + 32\%x = 1,32x$
Liczba dziewcząt	$0,55x$	$0,5 \cdot 1,32x = 0,66x$

Różnica: $0,66x - 0,55x = 0,11x$, stąd $\frac{11}{55} = \frac{1}{5} = 20\%$.

Zad. 5. **Odp.** Sklep musi sprzedać 200 sztuk towaru.

Rozwiązanie: $2\% \cdot 80$ zł $= 1,6$ zł
320 zł $: 1,6$ zł $= 200$.

Zestaw 7.1.4 Liczby, działania, procenty

[Powrót]

Zad. 1. Pan Wojciech, autor nowel fantastycznonaukowych, ponumerował strony swego najnowszego utworu liczbami rzymskimi, używając łącznie 42 znaków. Ile stron ma ta nowela?

Zad. 2. Ewa 120 zł swoich oszczędności podzieliła na dwie części tak, że trzecia część różnicy była równa czwartej części całej kwoty. Oblicz, na jakie części Ewa podzieliła swoje oszczędności. Jaką częścią większej kwoty jest mniejsza?

Zad. 3. Długopis kosztuje o 60% mniej niż piórnik. Piórnik kosztuje o 60% mniej niż plecak. O ile procent plecak jest droższy od długopisu?

Zad. 4. Z uszkodzonego zbiornika z wodą w ciągu 20 minut wyciekło $\frac{7}{10}$ całej objętości wody, a w następnych 155 minutach o 200 litrów wody mniej niż przedtem. Okazało się, że zbiornik jest pusty. Ile litrów wody było w tym zbiorniku?

Zad. 5. Dziadek wypija przygotowany napój w ciągu 8 dni. Wspólnie z babcią, wypijają ten napój w ciągu 6 dni. Ile dni zajmuje babci wypicie tego napoju samej?

[1]Zad. 1, Zbiór zadań klasa 7, wyd. Nowa Era, 2017.
[2]Zad. 2, D. Budzich,E. Górska, Licz ze mną, wyd. Niko, 2017.
[3]Zad. 3, Zbiór zadań konkursowych dla klas 7-8 szkoły podstawowej, Wyd. GWO, Gdańsk 2018.
[4]Zad. 4, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Liga zadaniowa, wyd. Aksjomat, Toruń wydanie drugie.
[5]Zad. 5, zadanie autorskie

Zestaw 7.1.4 Liczby, działania, procenty

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 17 stron.

Rozwiązanie: 21 znaków rzymskich od 1 do 10.
$42 - 21 = 21$ pozostałych znaków.
Znaki w drugiej dziesiątce $2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 3 + 4 = 21$
7 liczb w drugiej dziesiątce.

Zad. 2. **Odp.** Pierwsza część to 15 zł, a druga 105 zł. Mniejsza część jest $\frac{1}{7}$ większej.

Rozwiązanie: Różnica między częściami $= r$
$\frac{1}{3}r = \frac{1}{4} \cdot 120$, skąd $r = 90$
$120 - 90 = 30$
$30 : 2 = 15$ jedna część, 150 druga część
$\frac{15}{105} = \frac{1}{7}$

Zad. 3. **Odp.** 525%

Rozwiązanie: plecak $= x$
długopis $= 0,4 \cdot 0,4x = 0,16x$
piórnik $= 0,4x$
różnica $= x - 0,16x = 0,84x$
$\frac{0,84x}{0,16x} \cdot 100\% = 525\%$

Zad. 4. **Odp.** 500 litrów.

Rozwiązanie: x - ilość wody w zbiorniku
Układamy równanie: $\frac{7}{10}x - 200 = \frac{3}{10}x$, skąd $x = 500$.

Zad. 5. **Odp.** 24 dni.

Rozwiązanie: W ciągu jednego dni sam dziadek wypije $\frac{1}{8}$ napoju, razem z babcią wypiją $\frac{1}{6}$ napoju. Sama babcia w ciągu jednego dnia wypije $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$, czyli cały napój wypije w ciągu 24 dni.

Zestaw 7.1.5 Liczby, działania, procenty

[Powrót]

Zad. 1. Świeże jabłko zawiera około $0,8$ wody, a suszone około $0,2$ wody. Resztę stanowi tzw. sucha masa. Ile kilogramów świeżych jabłek trzeba ususzyć, aby otrzymać 1 kg suszonych jabłek?

Zad. 2. Na pokładzie promu płynącego do Karlskrony było 225 dzieci. Stanowiły one $12,5\%$ wszystkich pasażerów.
a) Ustal liczbę pasażerów tego promu.
b) W drodze powrotnej na pokładzie było mniej dorosłych i o 9 dzieci mniej. Dzieci stanowiły $13,5\%$ wszystkich wracających. O ile osób zmniejszyła się liczba dorosłych wracających promem?

Zad. 3. W drugiej turze wyborów na przewodniczącego samorządu były dwie kandydatki: Lila i Kasia. Na Lilę głosowało o 50% więcej osób niż na Kasię. O ile punktów procentowych wynik Lili był lepszy od wyniku Kasi?

Zad. 4. Jakie będzie stężenie wodnego roztworu soli, jeśli do 150 g roztworu 4-procentowego dolejemy 50 g wody?

Zad. 5. Ołówki sprzedawane są w opakowaniach po 2 lub 3 sztuki. Ile opakowań każdego rodzaju należy zamówić, aby kupić w sumie 20 ołówków? Podaj wszystkie możliwości.

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, M. Braun, A. Mańkowska, M. Paszyńska, J. Janowicz, W. Babiański, E. Szmytkiewicz, K. Wej – Matematyka z kluczem. Klasa 7

Zestaw 7.1.5 Liczby, działania, procenty

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Trzeba ususzyć 4 kg jabłek.

Rozwiązanie: Sucha masa w suszonych jabłkach stanowi $\frac{4}{5}$ tych jabłek. W jednym kilogramie to $0,8$ kg. W świeżych jabłkach sucha masa to $\frac{1}{5}$ tych jabłek. Trzeba ususzyć $5 \cdot 0,8$ kg jabłek.

Zad. 2. **Odp.** a) 1800 b) o 191 osób

Rozwiązanie: b) W drodze powrotnej było $225 - 9 = 216$ dzieci, co stanowiło $13,5\%$ pasażerów. Zatem wszystkich pasażerów było $216 : 13,5 \cdot 100 = 1600$. Promem wracało $1600 - 216 = 1384$ dorosłych, czyli o $1575 - 1384 = 191$ mniej.

Zad. 3. **Odp.** O 20 punktów procentowych.

Rozwiązanie: Na Lilę głosowało $1,5$ raza więcej osób niż na Kasię, więc Lila dostała $\frac{3}{5}$, a Kasia $\frac{2}{5}$ głosów, czyli Lila dostała 60%, a Kasia 40% głosów (o ile nikt się nie wstrzymał). Wynik Lili był o 20 punktów procentowych lepszy.

Zad. 4. **Odp.** Będzie to roztwór 3%.

Rozwiązanie: Masa soli: $0,04 \cdot 150 = 6$ [g],
masa nowego roztworu: $150 + 50 = 200$ [g],
stężenie procentowe: $\frac{6}{200} \cdot 100\% = 3\%$.

Zad. 5. **Odp.** 10 opakowań po 2 sztuki;
7 opakowań po 2 sztuki i 2 po 3 sztuki;
4 opakowania po 2 sztuki i 4 po 3 sztuki;
1 opakowanie po 2 sztuki i 6 po 3 sztuki

Zestaw 7.1.6 Potęgi, pierwiastki

[Powrót]

Zad. 1. De Morgan (matematyk, który urodził się i zmarł w XIX wieku) zapytany, ile ma lat, odpowiedział:- Miałem x lat w roku x^2. W którym roku urodził się De Morgan? Czy taki dziwny przypadek mógł zdarzyć się komuś, kto urodził się i zmarł w XX wieku?

Zad. 2. Czy prawdą jest, że dowolna potęga liczby 376 (o wykładniku całkowitym dodatnim) kończy się cyframi 376?

Zad. 3. Jeżeli $a = \sqrt{2\sqrt{4}}$ i $b = \sqrt{\sqrt{9}+1}$, to:
A. $a > b$ B. $a = b$ C. $a < b$ D. $a : b = 4$

Zad. 4. Liczbą niewymierną jest:
A. $(2\sqrt{3})^2$ B. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{18}$ C. $\sqrt[3]{64 : 8}$ D. $2\sqrt{64}$.

Zad. 5. Podaj cyfrę jedności poniższej liczby:
a) 9^9 b) 9^{42} c) 4^4 d) 4^{57}

[1]Zad. 1, 2, Z. Romanowicz B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, wyd. Siedmioróg, Wrocław 2022

[2]Zad. 3, 4, S. Kalisz J. Kulbicki Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy VII wyd. Nowik Sp.j., Opole 2020

[3]Zad. 5, J. Bednarczuk J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat Toruń 2020

Zestaw 7.1.6 Potęgi, pierwiastki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Rok x^2 musiał być w XIX wieku.

Rozwiązanie: Jedynym kwadratem w przedziale od 1801 do 1900 jest liczba $43^2 = 1849$, czyli urodził się w $1849 - 43 = 1806$ roku. Jeśli założymy, że ktoś miał y lat w roku y^2 w XX wieku, jedynym kwadratem w przedziale od 1901 do 2000 jest $44^2 = 1936$. Wobec tego osoba miałaby 44 lata w 1936, czyli musiałaby się urodzić w $1936 - 44 = 1892$ roku. Oznaczałoby to, że urodziła się w XIX wieku.

Zad. 2. **Odp.** Teza jest prawdziwa.

Rozwiązanie: $376^2 = 141376$, czyli 376^2 kończy się cyframi 376. Aby sprawdzić czy 376^3 również kończy się tymi cyframi, można pomnożyć 141376 przez 376. Ponieważ interesują nas trzy ostatnie cyfry iloczynu, wystarczy pomnożyć trzy ostatnie cyfry liczby 141376 (czyli 376) przez 376, gdyż tylko trzycyfrowe końcówki czynników decydują o trzech ostatnich cyfrach iloczynu.

Zad. 3. **Odp.** B

Zad. 4. **Odp.** B

Zad. 5. **Odp.** a) 9 b) 1 c) 6 d) 4

Zestaw 7.1.7 Potęgi, pierwiastki

[Powrót]

Zad. 1. Zapisz w postaci jednej potęgi połowę sumy $8^{24} + 4^{36} + 16^{18} + 64^{12}$.

Zad. 2. Wartość pierwiastka $\sqrt{15241383936}$ jest liczbą naturalną. Nie używając kalkulatora określ, z ilu cyfr składa się ta liczba.

Zad. 3. Oblicz sumę cyfr liczby $10^{20} - 22$.

Zad. 4. Ile razy liczba

$$\left(\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$$

jest większa od liczby

$$\left(\sqrt{\sqrt{8}-1} + \sqrt{\sqrt{8}+1}\right)\left(\sqrt{\sqrt{8}+1} - \sqrt{\sqrt{8}-1}\right)?$$

Zad. 5. Czy z odcinków o długościach 999^{999}, 1000^{1000} oraz 1001^{1001} można zbudować trójkąt?

[1]Zad. 1, 3, zadania autorskie

[2]Zad. 2, J. Janowicz, Zbiór zadań do matematyki dla klasy siódmej szkoły podstawowej, wyd. Nowa Era, 2021

[3]Zad. 4, J. Janowicz, Matematyka, Zbiór zadań konkursowych dla klas 7-8 szkoły podstawowej, część 3, wyd. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020

[3]Zad. 5, W. Bednarek, Liczby i figury, Zbiór zadań przygotowawczych do konkursów matematycznych dla klas 7 i 8, wyd. ANNAŁ, Łódź

Zestaw 7.1.7 Potęgi, pierwiastki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 2^{73}.

Zad. 2. **Odp.** $\sqrt{15241383936}$ jest liczbą sześciocyfrową.

Rozwiązanie: Dany pierwiastek możemy oszacować przez

$$\sqrt{15000000000} < \sqrt{15241383936} < \sqrt{16000000000}.$$

Zauważmy, że $\sqrt{15000000000} = \sqrt{150} \cdot 10^4 = \sqrt{25 \cdot 6} \cdot 10^4 = \sqrt{6} \cdot 50000$ co jest ułamkiem, którego całość jest sześciocyfrowa.
Podobnie $\sqrt{16000000000} = \sqrt{160} \cdot 10^4 = \sqrt{10} \cdot 40000$ - również jest ułamkiem o sześciocyfrowej całości.

Zad. 3. **Odp.** Suma cyfr wynosi 177.

Rozwiązanie: Zauważmy, że:

$$10^{20} - 22 = \underbrace{999\ldots9}_{18}78$$

Zatem suma cyfr wyniesie: $18 \cdot 9 + 7 + 8 = 177$

Zad. 4. **Odp.** Pierwsza liczba jest $\sqrt{2}$ razy większa od drugiej.

Rozwiązanie: Po uproszczeniu pierwsza liczba to $2\sqrt{2}$, zaś druga to 2.

Zad. 5. **Odp.** Nie da się zbudować trójkąta.

Rozwiązanie: Zauważmy, że największą spośród podanych liczb jest 1001^{1001}. Sprawdzimy czy suma dwóch pozostałych liczb będzie większa od tej największej. W tym celu oszacujmy sumę:
$999^{999} + 1000^{1000} < 1000^{999} + 1000^{1000} = 1000^{999} + 1000^{999} \cdot 1000 = 1000^{999} \cdot 1001 <$
$< 1001^{999} \cdot 1001 = 1001^{1000} < 1001^{1001}$.
Ostatecznie mamy więc $999^{999} + 1000^{1000} < 10001^{1001}$.

Zestaw 7.1.8 Potęgi, pierwiastki

[Powrót]

Zad. 1. Oblicz $\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

Zad. 2. Oblicz
$$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{147}}{\sqrt{8}+\sqrt{50}+\sqrt{147}}$$
.

Zad. 3. Dane są dwie pary liczb: $\sqrt{7}-\sqrt{6}$, $\sqrt{7}+\sqrt{6}$ oraz $\frac{3-2\sqrt{3}}{3}$, $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.
Zbadaj w której parze liczby są przeciwne, a w której odwrotne.

Zad. 4. Oblicz wartość liczbową wyrażenia $\frac{a^2-2b^2}{ab}$ dla $a=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{5}-\sqrt{2}$.

Zad. 5. Sprawdź czy zachodzi równość $\sqrt{8}+\sqrt{32}=\sqrt{72}$.

[1]Zad. 1, 4, 5, zadania autorskie na podstawie Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką Liga zadaniowa

[2]Zad. 2, Konkurs przedmiotowy KO Lublin 2009/2010

[3]Zad. 3, Zbiór zadań z konkursów w województwie kujawsko-pomorskim wyd. Aksjomat

Zestaw 7.1.8 Potęgi, pierwiastki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** $2\sqrt{3}$

Rozwiązanie: Oznaczmy $x = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ i podnieśmy obie strony tego równania do kwadratu. Otrzymamy
$x^2 = 4 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{16-12} + 4 - 2\sqrt{3}$
$x^2 = 12$
$x = 2\sqrt{3}$.

Zad. 2. **Odp.** $2\sqrt{6} - 5$.

Rozwiązanie:

$$\frac{2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-7\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+5\sqrt{2}+7\sqrt{3}} = \frac{7(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{7(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{2-2\sqrt{6}+3}{-1} = 2\sqrt{6}-5$$

Zad. 3. **Odp.** Pierwsza para to liczby odwrotne, druga para to liczby przeciwne.

Rozwiązanie: $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} = \sqrt{7} + \sqrt{6}$, (po usunięciu niewymierności z mianownika ułamka);
$-\left(\frac{3-2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}-3}{3} = \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Zad. 4. **Odp.** $\frac{6\sqrt{10}-7}{3}$, (zastosuj wzory skróconego mnożenia).

Zad. 5. **Odp.** $2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Zestaw 7.1.9 Potęgi, pierwiastki

[Powrót]

Zad. 1. Wyznacz cyfrę jedności liczby $3^5 + 2^{15} + 5^7$.

Zad. 2. Ile wynosi suma cyfr liczby $100^{50} - 1996$?

Zad. 3. Uzasadnij, że suma $2^{12} + 2^{13} + 2^{14} + 2^{15}$ jest podzielna przez 15.

Zad. 4. Jaka jest reszta z dzielenia liczby 3^{2008} przez 4?

Zad. 5. Zapisz liczbę 31 za pomocą sumy potęg liczby 2.

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie na podstawie: Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką Liga zadaniowa

Zestaw 7.1.9 Potęgi, pierwiastki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 6

Rozwiązanie: Ostania cyfra liczby 3^5 to 3
Ostatnia cyfra liczby 2^{15} to 8
Ostania cyfra liczby 5^7 to 5
$3 + 8 + 5 = 16$

Zad. 2. **Odp.** 876.

Rozwiązanie: Suma cyfr wynosi $9 \cdot 96 + 8 + 0 + 0 + 4 = 876$

Zad. 3. **Odp.** $2^{12} + 2^{13} + 2^{14} + 2^{15} = 2^{12}(1 + 2 + 4 + 8) = 2^{12} \cdot 15$.

Zad. 4. **Odp.** 1.

Rozwiązanie: Ostatnie cyfry kolejnych potęg liczby 3 powtarzają się: 3, 9, 7, 1, ...
$2008 : 4 = 502\, r.\, 0$.

Zad. 5. **Odp.** $31 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$.

Zestaw 7.1.10 Potęgi, pierwiastki

[Powrót]

Zad. 1. Zapisz w postaci jednej potęgi

$$a)\quad \left(7^{12}:7^2\cdot 7^2\right):\left(7^2\cdot 7^3\right)=$$
$$b)\quad \frac{\left(5^2\cdot 5^0\right)^4:5^2}{5\cdot(5^3:5)}=$$
$$c)\quad \frac{\left[(-3)^7:((-3)^2)^2\right]^4}{\left[(-3)^5\cdot(-3)\right]^2}=$$

Zad. 2. Oblicz wartości dziesięciu kolejnych potęg liczby 3 i zaobserwuj, jak zmieniają się w nich cyfry jedności. Na tej podstawie odpowiedz:
a) ile jest równa cyfra jedności liczby 3^{2016},
b) czy wynik odejmowania $3^{2017}-3^{2013}$ jest podzielny przez 10.

Zad. 3. Oblicz:

$$a)\quad \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{4}}}}}}=$$
$$b)\quad \sqrt{3\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{9}}}}}}=$$

Zad. 4. Wiedząc, że $2\cdot 2\cdot 3\cdot 7\cdot 37=3108$, wyciągnij sprytnie liczbę przed znak pierwiastka.
$a)$ $\sqrt{21\cdot 3108}=$
$b)$ $\sqrt{111\cdot 3108}=$
$c)$ $\sqrt[3]{2\cdot 49\cdot 3108}=$
$d)$ $\sqrt[3]{9\cdot 49\cdot 3108}=$

Zad. 5. Oblicz:

$$\sqrt{\frac{1\cdot 2+2\cdot 4+3\cdot 6+\ldots 100\cdot 200}{2\cdot 25+4\cdot 50+6\cdot 75+\ldots 200\cdot 2500}}=$$

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, M. Braun, A. Mańkowska, M. Paszyńska, J. Janowicz, W. Babiański, E. Szmytkiewicz, K. Wej, Matematyka z kluczem. Klasa 7

Zestaw 7.1.10 Potęgi, pierwiastki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** a) 7^7 b) 5^3 c) $(-3)^0$

Zad. 2. **Odp.** a) 1 b) tak

Rozwiązanie:

a) Ostatnie cyfry wartości potęg powtarzają się cyklicznie: 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1 – w grupach po 4 cyfry; ponieważ 2016 jest podzielne przez 4, to ostatnią cyfrą wartości potęgi 3^{2016} jest ostatnia cyfra wartości potęgi 3^4, czyli 1.

b) $3^{2017} - 3^{2013} = 3^4 \cdot 3^{2013} - 3^{2013} = 81 \cdot 3^{2013} - 3^{2013} = 80 \cdot 3^{2013}$, zatem rozważana liczba jest podzielna przez 10.

Zad. 3. **Odp.** a) 2 b) 3

Zad. 4. **Odp.** a) $42\sqrt{37}$ b) $222\sqrt{7}$ c) $14\sqrt[3]{111}$ d) $21\sqrt[3]{148}$

Zad. 5. **Odp.** $\frac{1}{5}$

Zestaw 7.2.1 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad. 1. Jeżeli do kwadratu pewnej liczby całkowitej dodamy tę liczbę, to otrzymamy 380. A ile otrzymamy gdy tę liczbę odejmiemy od jej kwadratu?

Zad. 2. Kiedy w dniu urodzin mojego dziadka spytano go, ile właśnie skończył lat, on odpowiedział: dodaj do roku moich urodzin upływający właśnie rok, a następnie odejmij od tego rok, w którym skończyłem 20 lat, po czym odejmij rok, w którym upłynęło mi 30 lat życia, wówczas otrzymasz liczbę 16. Ile lat ma mój dziadek?

Zad. 3. Pan Nowak z Panem Kowalskim grali w karty. Każdy z nich zaczynał grę z taka samą kwotą pieniędzy. W pierwszej rozgrywce Pan Nowak przegrał 30 zł, ale już w drugiej rozgrywce wygrał dwie trzecie tego, co posiadał. Po grze Pan Kowalski miał dwa razy mniej pieniędzy niż Pan Nowak. Z jaką kwotą obaj panowie rozpoczynali grę?

Zad. 4. Średnia wieku uczestników kursu tańca towarzyskiego wynosi 18 lat. Grupa liczy 16 uczestników. Na dzisiejszych zajęciach nieobecna była jedna para (obydwoje uczestników jest w tym samym wieku). Średnia wieku pozostałych kursantów wyniosła 17 lat. Po ile lat mają nieobecni?

Zad. 5. Z liczby dwucyfrowej a utworzono dwie liczby: pierwszą przez dopisanie cyfry 5 na początku, drugą przez dopisanie cyfry 5 na końcu. Uzasadnij, że iloczyn otrzymanych liczb jest podzielny przez 5.

[1] Zad. 1, J. Janowicz, Matematyka zbiór zadań konkursowych dla klas 7 – 8 szkoły podstawowej, GWO, 2018

[2] Zad. 2, H. Pawłowski, Olimpiady i konkursy matematyczne, Zadania dla szkół podstawowych i gimnazjów, Oficyna Wydawnicza „Tutor", 2017

[3] Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 7.2.1 Wyrażenia algebraiczne i równania

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 342 lub 420.

Rozwiązanie: Oznaczamy przez x liczbę, o której mowa w zadaniu. Mamy $x^2+x = 380$, czyli $x(x+1) = 380$. Musimy znaleźć dwie kolejne liczby całkowite, których iloczyn jest równy 380. Wobec rozkładów: $380 = 19 \cdot 20 = (-20) \cdot (-19)$ stwierdzamy, że $x = 19$ lub $x = -21$. Dla $x = 19$ mamy $192 - 19 = 342$, dla $x = -20$ mamy $(-20)^2 - (-20) = 420$. Gdy zatem daną liczbę odejmiemy od jej kwadratu, otrzymamy 342 lub 420.

Zad. 2. **Odp.** Dziadek ma 66 lat.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x rok, w którym mój dziadek się urodził, a przez y jego wiek. Wówczas zgodnie z warunkami zadania otrzymamy równanie: $x + (x + y) - (x + 20) - (x + 30) = 16$, stąd $y = 66$.

Zad. 3. **Odp.** Zaczynali grę z kwotą 150 zł.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x początkową kwotę graczy. Po pierwszej rozgrywce Pan Nowak ma $x-30$, a Pan Kowalski $x+30$. Po drugiej rozgrywce Pan Nowak ma $(x-30) + \frac{2}{3}(x-30)$, a Pan Kowalski $x + 30 - \frac{2}{3}(x-30)$.
Mamy: $(x-30) + \frac{2}{3}(x-30) = 2(x + 30 - \frac{2}{3}(x-30)),\ x = 150$.

Zad. 4. **Odp.** Mają po 25 lat.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x wiek nieobecnych.
$14 \cdot 17 + 2x = 16 \cdot 18$
$238 + 2x = 288$
$2x = 50$
$x = 25$

Zad. 5. **Rozwiązanie:** Oznaczmy: a - liczba dwucyfrowa.
$500 + a$ - pierwsza liczba,
$10a + 5$ - druga liczba.
Mamy więc: $(500+a)(10a+5) = 5000a + 2500 + 10a^2 + 5a = 5005a + 2500 + 10a^2 = 5(1001 + 500 + 2a^2)$, czyli liczba jest podzielna przez 5.

Zestaw 7.2.2 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad. 1. Dla jakiego x wartości wyrażeń w diagramie wyznaczają kwadrat magiczny (sumy liczb w wierszach, kolumnach i na obu przekątnych są równe)?

$6x-34$	$-x+15$	$22-3x$
$19-2x$	$x-1$	$\frac{1}{2}x$
$\frac{1}{3}x+4$	$0,7x-3,2$	$\frac{2+5x}{4}$

Zad. 2. Długopis kosztuje o 60% mniej niż piórnik. Piórnik kosztuje o 60% mniej niż plecak. O ile procent plecak jest droższy od długopisu?

Zad. 3. Jeśli do kwadratu pewnej liczby całkowitej dodamy tę liczbę, to otrzymamy 380. A ile otrzymamy, gdy tę liczbę odejmiemy od jej kwadratu?

Zad. 4. Po prawej stronie każdej z podanych równości wpisz to samo wyrażenie tak, aby otrzymać 3 równania - każde mające inną liczbę rozwiązań. Rozważ wszystkie możliwości.

$$2(x-3)+4-5x=\dots$$
$$3(x+4)-5-6x=\dots$$
$$4(x+5)+6+7x=\dots$$

Zad. 5. Dodatnia liczba całkowita n spełnia cztery z następujących pięciu warunków:

(1) n jest liczbą dwucyfrową,

(2) n jest liczbą parzystą,

(3) n jest liczbą pierwszą,

(4) n jest kwadratem liczby,

(5) n jest większe od 50.

Wyznacz n.

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, J. Janowicz, Matematyka. Zbiór zadań konkursowych dla klas 7 – 8 szkoły podstawowej. Część 1, wyd. GWO, 2018

[2]Zad. 5, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Matematyka bez formuł, wyd. Aksjomat, 2016

Zestaw 7.2.2 Wyrażenia algebraiczne i równania

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.**

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Zad. 2. **Odp.** Plecak jest droższy od długopisu o 525%.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x cenę plecaka. Wtedy piórnik kosztuje $0,4x$, a długopis $0,16x$. Mamy $\left(\frac{x-0{,}16x}{0{,}16x}\cdot 100\right)\% = 525\%$.

Zad. 3. **Odp.** Są dwa rozwiązania dla tej sytuacji. Jeśli daną liczbą jest 19, to po odjęciu tej liczby od jej kwadratu otrzymamy 342. W drugim rozwiązaniu, dla liczby równej -20 otrzymamy 420.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez c liczbę, o której mowa w zadaniu.
Mamy $c^2 + c = 380$, czyli $c(c+1) = 380$. Musimy znaleźć dwie kolejne liczby całkowite, których iloczyn wynosi 380. Ponieważ $380 = 19 \cdot 20 = (-20)\cdot(-19)$ stwierdzamy, że $c = 19$ lub $c = -20$. Dla $c = 19$ mamy $19^2 - 19 = 342$; Dla $c = -20$ mamy $(-20)^2 - (-20) = 420$.

Zad. 4. **Odp. Rozwiązanie:** Gdyby tożsamościowym miało być ostatnie równanie - po prawej stronie należałoby wpisać $11x+26$, ale wówczas żadne z pozostałych równań nie byłoby sprzeczne.
Przyjmijmy, że tożsamością ma być pierwsze równanie, czyli po prawej stronie należy wpisać $-3x-2$. Wtedy drugie równanie jest sprzeczne, a trzecie daje jednoznaczne rozwiązanie $x = -2$. Uzupełniając prawe strony wyrażeniem $-3x+7$, otrzymujemy tożsamość w drugim przypadku, równanie sprzeczne w pierwszym i jedyne rozwiązanie $x = -1\frac{5}{14}$ w trzecim przypadku.

Zad. 5. **Odp.** $n = 64$.

Rozwiązanie: Spośród tych pięciu zdań jedynie zdanie (3) nie pasuje do reszty. Tylko liczba 64 spełnia cztery pozostałe warunki.

Zestaw 7.2.3 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad. 1. Jakie liczby można wpisać w miejsce ? w wyrażeniu $?(4x+2)-?(3-2y)$ aby po wykonaniu mnożenia i redukcji wyrazów podobnych otrzymać wyrażenie $12x+4y$?

Zad. 2. Uzasadnij, że dla dowolnej liczby całkowitej n liczba $2(n+1)(n-3)-n(2n-2)$ jest podzielna przez 2.

Zad. 3. Rozwiąż i sprawdź równania:
a) $(x-3)(x+3)-(x-5)(x+1)=13$
b) $4x^2-4^2=48$

Zad. 4. Oblicz ile jest trójkątów a ile czworokątów, jeśli wszystkie figury mają razem 153 wierzchołki a czworokątów jest o 12 więcej niż trójkątów.

Zad. 5. Dzieląc pewną liczbę przez 4 otrzymamy liczbę o 25 od niej mniejszą i resztę 1. Oblicz tę liczbę.

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 7.2.3 Wyrażenia algebraiczne i równania

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Kolejno 3 i 2.

Zad. 2. **Odp.** Wykonując mnożenie i redukcję wyrazów podobnych otrzymamy
$-2n - 6 = 2(-n - 3)$ co dowodzi że ta liczba jest podzielna przez 2.

Zad. 3. **Odp.** a) $x = 4,25$
b) $x = 4$ lub $x = -4$

Zad. 4. **Odp.** Czworokątów jest 27 a trójkątów 15.

Rozwiązanie: Niech x oznacza ilość czworokątów.
Mamy równanie $4x + 3(x - 12) = 153$, skąd $x = 27$.

Zad. 5. **Odp.** Szukana liczba to 33.

Rozwiązanie: Niech x oznacza szukaną liczbę.
Mamy równanie $x = 4(x - 25) + 1$, skąd $x = 33$.

Zestaw 7.2.4 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad. 1. Gdyby mama chciała dać każdemu dziecku w pewnej dużej rodzinie po sześć jabłek, to zabrakłoby szesnastu, a jeśli da po trzy, to zostanie osiem jabłek. Ile dzieci było w tej rodzinie?

Zad. 2. Królewna Śnieżka ustawiła siedmiu krasnoludków według wzrostu od najniższego do najwyższego i rozdzieliła pomiędzy nich 77 jagód zebranych przez nich w lesie. Najniższy krasnal otrzymał pewną porcję jagód, a każdy następny w kolejce otrzymywał o jedną jagodę więcej niż jego poprzednik. Ile jagód otrzymał najwyższy krasnoludek?

Zad. 3. Ojciec z synem potrzebują na przekopanie działki 8 godzin. Sam ojciec, pracując w tym samym tempie, przekopuje działkę w 12 godzin. Ile godzin zajmie ta praca synowi?

Zad. 4. W szkolnej wycieczce brała udział cała klasa Vb. W drodze doszło jednak do nieporozumień i uczestnicy rajdu podzielili się na dwie grupy. Gdyby Zosia przeszła z grupy I do II, to w I grupie byłaby $\frac{1}{3}$ klasy. Gdyby Adam, Marian i Wojtek przeszli z grupy II do I, to w grupie tej znalazłaby się połowa klasy. Ilu uczniów uczęszcza do Vb?

Zad. 5. Rozwiąż równanie:

$$[(0,001x + 2) : 0,3] \cdot 0,01 - 11,2 = 22,2.$$

[1] Zad. 1, 2, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M.Uscki, Koło matematyczne w szkole podstawowej wyd. Aksjomat, Toruń 2020

[2] Zad. 3, 4, Z. Romanowicz, B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, wyd. Siedmioróg, Wrocław 2022

[3] Zad. 5, H. Pawłowski, Na olimpijskim szlaku. Konkursowe zadania z matematyki dla czniów klas 7-8 i szkół ponadpodstawowych, wyd. Tutor, Toruń 2021

Zestaw 7.2.4 Wyrażenia algebraiczne i równania

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Ośmioro dzieci.

Rozwiązanie: x – liczba dzieci
$6 \cdot x - 16 = 3 \cdot x + 8, \quad$ stąd $x = 8$.

Zad. 2. **Odp.** Najwyższy krasnal otrzymał 14 jagód.

Rozwiązanie: j – liczba jagód, którą otrzymał najniższy krasnal,
$j + 6$ – liczba jagód, którą otrzymał najwyższy
$j + (j + 1) + (j + 2) + (j + 3) + (j + 4) + (j + 5) + (j + 6) = 77$
$j = 8$
$8 + 6 = 14$ jagód.

Zad. 3. **Odp.** Przekopanie całej działki zajmie synowi 24 godz.

Rozwiązanie: W ciągu ośmiu godzin ojciec przekopie $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ działki. Wobec tego w osiem godzin syn przekopuje $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ działki, czyli syn kopie dwa razy wolniej niż ojciec. Stąd wniosek, że syn będzie potrzebował $2 \cdot 12 = 24$ godz. na przekopanie całej działki.

Zad. 4. **Odp.** W klasie Vb jest 24 dzieci.

Rozwiązanie: Z poniższej tabeli wynika, że Zosia, Adam, Marian i Wojtek stanowią $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ uczniów Vb, czyli w klasie jest $4 \cdot 6 = 24$ dzieci.

I grupa		II grupa			
Zosia	$\frac{1}{3}$	Adam	Marian	Wojtek	$\frac{1}{2}$

Zad. 5. **Odp.** $x = 1\,000\,000$

Zestaw 7.2.5 Wyrażenia algebraiczne i równania

[Powrót]

Zad. 1. Uzasadnij, że:

a) wartość wyrażenia $3(x-2y)+2(y^2-x+1)-2y(y-3)$ nie zależy od wartości zmiennej y,

b) wartość wyrażenia $6y^2-4y(2x-1)+2y(-2y+x-4)+2x-2x(1-3y)$ nie zależy od wartości zmiennej x.

Zad. 2. W prostokącie o bokach a i $2a$ dłuższy bok wydłużono o 20%, a krótszy skrócono o 20%. Czy pole prostokąta zmniejszyło się, czy zwiększyło? O ile procent?

Zad. 3. Czwartą część wszystkich pasażerów autobusu stanowiły kobiety. Na przystanku wysiadła jedna kobieta i wsiadło dwóch mężczyzn. Kiedy autobus ruszał z tego przystanku, kobiety stanowiły jedną piątą pasażerów. Ilu pasażerów było wtedy w autobusie?

Zad. 4. Suma cyfr tej dwucyfrowej liczby wynosi 10. Jeśli zamienimy cyfry miejscami, to otrzymamy liczbę o 36 mniejszą. Znajdź za pomocą równania liczbę o podanych własnościach.

Zad. 5. Świeżo zebrane grzyby zawierały 90% wody. Po suszeniu uzyskano $0,6$ kg suszonych grzybów, w których woda stanowiła 20% masy. Ile świeżych grzybów przetworzono?

[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, M. Braun, A. Mańkowska, M. Paszyńska, J. Janowicz, W. Babiański, E. Szmytkiewicz, K. Wej, Matematyka z kluczem. Klasa 7

Zestaw 7.2.5 Wyrażenia algebraiczne i równania

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** a) $x+2$; b) $2y^2-4y$

Zad. 2. **Odp.** Pole zmniejszyło się o 4%.

Rozwiązanie: Po zmianie boki prostokąta mają długości: $0,8a$ i $2,4a$.
Pole przed zmianą: $P = a \cdot 2a = 2a^2$.
Pole po zmianie: $0,8a \cdot 2,4a = 1,92a^2 = 0,96 \cdot 2a^2 = 0,96 \cdot P$.

Zad. 3. **Odp.** Gdy autobus ruszał z przystanku, w pojeździe było 25 pasażerów.

Rozwiązanie: x – liczba pasażerów na początku
$0,25x$ – liczba kobiet na początku,
$x-1+2 = x+1$ – liczba pasażerów, gdy autobus ruszał z przystanku,
$0,2(x+1)$ – liczba kobiet, gdy autobus ruszał z przystanku,
$0,25x-1$ – liczba kobiet, gdy autobus ruszał z przystanku (po wyjściu jednej)
Układamy równanie: $0,25x-1 = 0,2(x+1)$, skąd $x = 24$

Zad. 4. **Odp.** Ta liczba to 73.

Rozwiązanie: x – cyfra dziesiątek,
$10-x$ – cyfra jedności,
$10x+(10-x) = 9x+10$ – liczba dwucyfrowa
Po zamianie cyfr otrzymujemy liczbę:
$10(10-x)+x = 100-10x+x = 100-9x$
Układamy równanie: $100-9x = (9x+10)-36$, skąd $x = 7$.

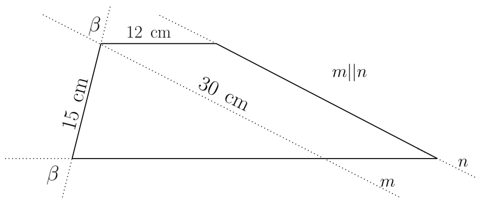
Zad. 5. **Odp.** Przetworzono $4,8$ kg świeżych grzybów.

Rozwiązanie: x – masa świeżych grzybów,
$0,9x$ – masa wody w świeżych grzybach,
$0,6$ kg – masa suszonych grzybów,
$0,2 \cdot 0,6$ kg $= 0,12$ kg – masa wody w suszonych grzybach
Porównujemy masę innych składników niż woda w obydwu rodzajach grzybów:
$x-0,9x = 0,6-0,12$; skąd dostajemy $x = 4,8$ kg

Zestaw 7.3.1 Figury geometryczne

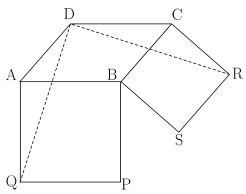
[Powrót]

Zad. 1. Oblicz obwód trapezu danego na rysunku obok.



Zad. 2. Wyznacz kąty czworokąta, w którym trzy boki mają równe długości, a czwarty bok ma długość równą długościom obu przekątnych.

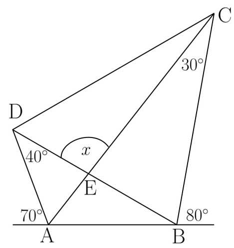
Zad. 3.



Na bokach AB i BC równoległoboku ABCD zbudowano na zewnątrz kwadraty ABPQ i BCRS (rysunek obok). Wykaż, że odcinki DQ i DR są prostopadłe i mają równą długość.

Zad. 4. Oblicz pole pięciokąta wypukłego ABCDE, w którym boki AB, CD, EA mają długość 1, suma długości boków BC i DE wynosi 1 oraz kąty $\sphericalangle ABC$ i $\sphericalangle DEA$ są proste.

Zad. 5. Na podstawie danych na rysunku obok, oblicz miarę kąta x.



[1] Zad. 1, zadanie autorskie

[2] Zad. 2, 3, 4, H. Pawłowski, W. Tomalczyk, Zadania z matematyki dla olimpijczyków, wyd. Tutor, 1997

[3] Zad. 5, Na podstawie J. Janowicz, Zbiór zadań konkursowych dla klas 7-8 szkoły podstawowej, cz.2, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe 2018.

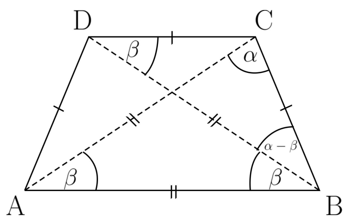
Zestaw 7.3.1 Figury geometryczne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Obwód trapezu wynosi 99 cm.

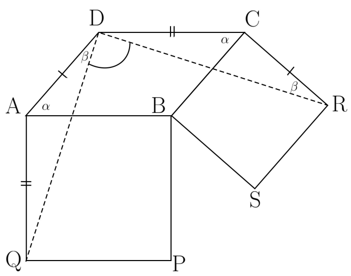
Rozwiązanie: Zauważmy, że trójkąt widoczny na rysunku jest równoramienny o ramionach długości 30 cm, zatem dłuższa podstawa trapezu ma długość $12 + 30 = 42$ cm, zaś drugie ramię ma 30 cm.

Zad. 2. **Odp.** Kąty czworokąta wynoszą: $72°, 72°, 108°, 108°$.



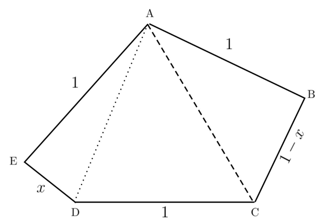
Rozwiązanie: Zauważmy, że trójkąty ADC i DCB są przystające. W trójkącie CAB mamy, że $\beta = 180° - 2\alpha$. Podobnie w trójkącie DCB, $\alpha - \beta = \beta$. Stąd $\beta = 36°$, $\alpha = 72°$.

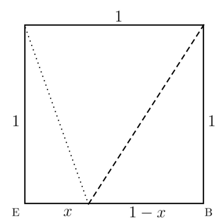
Zad. 3.



Rozwiązanie: Rozważmy trójkąty DQA i DRC. Mamy AD=SR i AQ=DC, ponadto $\sphericalangle QAD = 90° + \sphericalangle DAB = \sphericalangle DCR$, zatem trójkąty te są przystające na podstawie zasady bkb. **Zatem odcinki DQ i DR są równej długości**. Oznaczmy $\alpha = \sphericalangle DAB = \sphericalangle DCB$ oraz $\beta = \sphericalangle ADQ = \sphericalangle CRD$. W trójkącie DCR mamy $\sphericalangle CDR = 180° - \beta - \alpha - 90° = 90° - \alpha - \beta$. Z drugiej strony, na podstawie sumy kątów równoległoboku leżących przy wspólnym ramieniu, mamy, że $\sphericalangle ADC = 180° - \alpha$ oraz $\sphericalangle ADC = \beta + (90° - \alpha - \beta) + \sphericalangle QDR$. Stąd mamy, że kąt $\sphericalangle QDR = 90°$.
Zatem odcinki DQ i DR są prostopadłe.

Zad. 4. **Odp.** Pole pięciokąta wynosi 1.





Rozwiązanie: Podzielmy nasz pięciokąt na trzy trójkąty (rysunek) i przełóżmy środkowy trójkąt "do góry nogami".

Odcinki długości x i $1 - x$ dają w sumie długość 1. Z naszych trójkątów powstanie zatem kwadrat o boku 1.

Zad. 5. **Odp.** Kąt x ma miarę $100°$.

Rozwiązanie: Na podstawie sumy kątów czworokąta mamy $(180° - x) + 40° + 30° + (180° - 70°) + (180° - 80°) = 360°$, skąd dostajemy $x = 100°$.

Zestaw 7.3.2 Bryły

[Powrót]

Zad. 1. Z 400 małych sześcianików o krawędzi długości 1 cm, budujemy możliwie największy sześcian. Ile sześcianików nie wykorzystamy?

Zad. 2. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym obwód ściany bocznej jest o 10 cm większy od obwodu podstawy, a jej pole – o 50 cm^2 większe od pola podstawy. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zad. 3. Prostopadłościenne, szczelnie zamknięte naczynie o podstawie kwadratowej i objętości 2000 cm^3 jest częściowo wypełnione wodą. Gdy stoi ono na podstawie, poziom wody sięga do wysokości 8 cm, gdy zaś na ścianie bocznej – woda sięga do wysokości 4 cm. Jaka jest objętość wody w naczyniu?

Zad. 4. Naczynie w kształcie prostopadłościanu ma wysokość 50 cm. Było ono wypełnione wodą do $\frac{3}{4}$ tej wysokości. Wrzucono do niego 5 kostek sześciennych o krawędzi 4 cm, co spowodowało wzrost poziomu wody do 40 cm.

a) Jaka była pojemność tego naczynia? Wyraź odpowiedź w litrach.

b) Ile wody było w naczyniu początkowo? Wyraź odpowiedź w mililitrach.

c) O ile centymetrów podniósłby się poziom wody po dolaniu jeszcze 192 ml wody?

Zad. 5. Basen sportowy w Aqua Lublin ma wymiary 50 m x 25 m i głębokość od 2,5 m do 4,3 m. Załóżmy, że do pełnego wypełnienia wodą brakuje mu 1 cm wysokości. Czy wyleje się z niego woda, jeśli zanurkuje w nim jednocześnie 200 osób? W obliczeniach przyjmij, że ciało człowieka ma objętość ok. $0,06$ m^3.

[1] Zad. 1, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Koło matematyczne w szkole podstawowej, Wydawnictwo Aksjomat, Toruń 2008.

[2] Zad. 2, 3, J. Janowicz, Matematyka. Zbiór zadań konkursowych dla klasy 7-8 szkoły podstawowej cz.1, GWO, Gdańsk 2018.

[3] Zad. 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 7.3.2 Bryły

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 57 sześcianików.

Rozwiązanie: Szukamy największego a takiego, że $V = a^3 \leq 400$. Czyli $a = 7$, bo $7^3 = 343$, a $8^3 = 512$. Wykorzystamy 343 sześcianiki, a zostanie 57.

Zad. 2. **Odp.** $V = 1500$ cm^3.

Rozwiązanie: Podstawa i ściana boczna mają wspólną krawędź. Skoro obwód ściany bocznej jest większy o 10 cm to krawędź boczna musi być o 5 cm dłuższa od podstawy. Niech x oznacza krawędź podstawy. Ściana boczna składa się z kwadratu o boku x oraz prostokąta o bokach 5 cm i x. Zatem $5 \cdot x = 50$, czyli $x = 10$ cm. Krawędź podstawy ma 10 cm, a krawędź boczna 15 cm. Stąd $V = 10 \cdot 10 \cdot 15 = 1500$ cm^3.

Zad. 3. **Odp.** 800 cm^3.

Rozwiązanie: Krawędź podstawy naczynia jest wspólna dla obu prostopadłościanów wyznaczonych przez wodę. W jednym położeniu poziom wody jest dwa razy wyższy niż w drugim, więc krawędź boczna naczynia jest dwa razy dłuższa niż krawędź podstawy. $V = 2000$ cm$^3 = a \cdot a \cdot 2a = 10 \cdot 10 \cdot 20$. Objętość wody jest równa $V = Pp \cdot 8 = 800$ cm^3.

Zad. 4. **a) Odp.** $V = 6,4$ litra.
Rozwiązanie: $V_{kostki} = 4^3 = 64$ cm^3; $V_{5kostek} = 64 \cdot 5 = 320$ cm^3
$\frac{3}{4} \cdot 50$ cm $= 37,5$ cm; $40 - 37,5 = 2,5$ cm; $P_p = 320 : 2,5 = 128$.
$V_{naczynia} = 50$ cm $\cdot\, 128$ cm$^2 = 6400$ cm$^3 = 6,4$ dm$^3 = 6,4$ l.

b) Odp. $V = 4800$ ml.

Rozwiązanie: $V = 37,5 \cdot 128$ cm$^3 = 4800$ cm$^3 = 4800$ ml

c) Odp. O $1,5$ cm.

Rozwiązanie: Skoro 128 ml - 1 cm; 64 ml - $0,5$ cm; 192 ml - $1,5$ cm.

Zad. 5. **Odp.** Woda się nie wyleje.

Rozwiązanie: Objętość 200 osób $= 200 \cdot 0,06$ m$^3 = 12$ m^3.
Objętość brakującej wody $= 50$ m $\cdot\, 25$ m $\cdot\, 0,01$ m $= 12,5$ m^3.
$12,5 > 12$, czyli woda nie wyleje się.

Zestaw 7.3.3 Bryły

[Powrót]

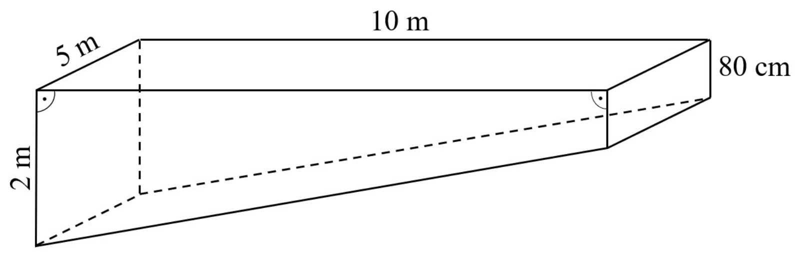
Zad. 1. Pojemnik jest graniastosłupem prostym o wysokości 10 cm, którego podstawa ma kształt rombu o boku 5 cm i kącie ostrym $60°$. Pojemnik ten napełniono wodą do połowy jego wysokości. Wazon jest graniastosłupem prostym o wysokości 20 cm, jego podstawą jest trójkąt równoboczny o boku 5 cm. Czy woda z pojemnika zmieści się w wazonie? Uzasadnij odpowiedź.

Zad. 2. Długości krawędzi prostopadłościanu wyrażone w centymetrach są liczbami naturalnymi. Suma długości wszystkich krawędzi wynosi 112 cm. Objętość bryły wynosi 510 cm^3. Wyznacz wymiary tego prostopadłościanu. Czy to zadanie ma tylko jedno rozwiązanie?

Zad. 3. Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 6 cm i 8 cm oraz przeciwprostokątnej 10 cm. Wysokość graniastosłupa jest równa 12 cm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tej bryły.

Zad. 4. Prostopadłościan ma objętość 288 cm^3. Jedna z jego krawędzi ma 12 cm, a długość drugiej jest równa $\frac{2}{3}$ długości trzeciej krawędzi. Podaj wymiary tego prostopadłościanu.

Zad. 5. Powierzchnia basenu jest prostokątem o wymiarach 10 m $\times$ 5 m. Głębokość basenu zmienia się tak, jak pokazano na rysunku. W najpłytszym miejscu wynosi ona 80 cm, a w najgłębszym 2 m. Ile metrów sześciennych wody może zmieścić się w tym basenie? Ile to litrów?



[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, M. Braun, A. Mańkowska, M. Paszyńska, J.Janowicz, W. Babiański, E. Szmytkiewicz, K. Wej, Matematyka z kluczem. Klasa 6

Zestaw 7.3.3 Bryły

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Woda z pojemnika zmieści się w wazonie, ponieważ $V_2 > V_1$.

Rozwiązanie: Oznaczmy:
P_1 – pole podstawy pojemnika
P_2 – pole podstawy wazonu
V_1 – objętość wody w pojemniku
V_2 – pojemność wazonu
Zauważmy, że podstawę pojemnika można podzielić na dwa trójkąty takie jak podstawa wazonu. Zatem:
$P_1 = 2 \cdot P_2$
$V_1 = P_1 \cdot 5 = 2 \cdot P_2 \cdot 5 = 10 \cdot P_2$
$V_2 = P_2 \cdot 20 = 20 \cdot P_2$

Zad. 2. **Odp.** Prostopadłościan ma wymiary 5 cm × 6 cm × 17 cm. Jest jedno rozwiązanie.

Rozwiązanie: Oznaczmy: a – długość, b – szerokość, c – wysokość
Wiemy, że: $4 \cdot (a + b + c) = 112$ cm, czyli $a + b + c = 28$ cm oraz $a \cdot b \cdot c = 510$ cm^3.
Rozkładamy liczbę 510 na czynniki pierwsze: $510 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$.
Jeden z trzech wymiarów prostopadłościanu musi być równy 17 cm, ponieważ każdy z iloczynów: $2 \cdot 17$, $3 \cdot 17$, $5 \cdot 17$ jest większy od 28 (czyli sumy długości trzech krawędzi). Wobec tego rozpatrujemy przypadki:
$510 = 5 \cdot 6 \cdot 17$; $510 = 10 \cdot 3 \cdot 17$; $510 = 15 \cdot 2 \cdot 17$.
Tylko w pierwszym z nich suma czynników jest równa 28, więc prostopadłościan ma wymiary 5 cm × 6 cm × 17 cm, a zadanie ma jedno rozwiązanie.

Zad. 3. **Odp.** $V = 288$ cm^3, $P_c = 336$ cm^2.

Zad. 4. **Odp.** 4 cm × 6 cm × 12 cm.

Zad. 5. **Odp.** 70 m^3 = 70000 l.

Zestaw 7.4.1 Mix po klasie 7

[Powrót]

Zad. 1. Zuzia i jej młodszy brat Tomek wybrali się z rodzicami do zoo. Zuzi i Tomkowi przysługują bilety ulgowe, z 35% zniżką. Za dwa bilety normalne i dwa ulgowe zapłacili w sumie $257,4$ zł. Ile kosztuje bilet normalny do tego zoo?

Zad. 2. Bartek ma zamiar kupić konsolę do gier. Uzbierał już 1518 zł. Od dziadków dostał dodatkowo 16% kwoty potrzebnej na ten zakup. Teraz ma 60% potrzebnej kwoty. Ile kosztuje ta konsola?

Zad. 3. Krzysio jeździ do szkoły rowerem. Zawsze wyjeżdża z domu o 7:21 i przyjeżdża o 7:30. Pewnego dnia jechał z prędkością o 3 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejszą i spóźnił się o 3 minuty. Jak daleko ma Krzysio do szkoły?

Zad. 4. Podaj ostatnią cyfrę liczby $(4^{14} - 7^{16} - 2^{21})^3$.

Zad. 5. Z liczby dwucyfrowej x utworzono dwie liczby: pierwszą przez dopisanie liczby 12 na początku, drugą przez dopisanie liczby 12 na końcu. Uzasadnij, że iloczyn otrzymanych liczb pomniejszony o dwunastokrotność liczby x jest podzielny przez 100.

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 7.4.1 Mix po klasie 7

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Bilet normalny do zoo kosztuje 78 zł.

Rozwiązanie: x - cena biletu normalnego. Dostajemy równanie:
$2x + 2 \cdot 0,65x = 257,4;$ stąd $x = 78.$

Zad. 2. **Odp.** Konsola kosztuje 3450 zł.

Rozwiązanie: x - cena konsoli. Możemy zapisać równanie:
$1518 + 0,16x = 0,6x;$ stąd $x = 3450.$

Zad. 3. **Odp.** Krzysio ma do szkoły 1,8 km.

Rozwiązanie: Niech $t_1 = 9$ min oznacza czas przejazdu Krzysia do szkoły z prędkością v_1, a $t_2 = 12$ min oznacza czas przejazdu Krzysia do szkoły z prędkością $v_2 = v_1 - 3\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Dostajemy równanie:
$v_1 \cdot \frac{9}{60} = (v_1 - 3) \cdot \frac{12}{60}$; skąd $v_1 = 12\frac{\text{km}}{\text{h}}$;
Zatem droga wynosi: $\frac{9}{60} \cdot 12 = 1,8$ km.

Zad. 4. **Odp.** Ostatnią cyfrą jest 7.

Rozwiązanie: Zauważmy, że przy potęgowaniu liczby 4 dostajemy liczby, których ostatnią cyfrą jest 4 lub 6, więc 4^{14} będzie mieć ostatnią cyfrę 6. Przy potęgowaniu liczby 7 dostajemy liczby, których ostatnią cyfrą jest 7, 9, 3 lub 1, więc 7^{16} będzie mieć ostatnią cyfrę 1. Przy potęgowaniu liczby 2 dostajemy liczby, których ostatnią cyfrą jest 2, 4, 8 lub 6, więc ostatnią cyfrą liczby 2^{21} będzie 2. Ostatnią cyfrą liczby z nawiasu będzie zatem $6 - 1 - 2 = 3$. Mamy $(\dots 3)^3 = \dots 27$, więc ostatnią cyfrą jest 7.

Zad. 5. **Odp. Rozwiązanie:** x – liczba dwucyfrowa.
$1200 + x$ – pierwsza liczba
$100x + 12$ – druga liczba,
zatem ich iloczyn pomniejszony o dwunastokrotność liczby x ma postać:
$(1200 + x)(100x + 12) - 12x = 120000x + 14400 + 100x^2$, co można przedstawić w postaci iloczynu $100 \cdot (1200x + 144 + x^2)$, zatem otrzymane wyrażenie jest podzielne przez 100.

Zestaw 7.4.2 Mix po klasie 7

[Powrót]

Zad. 1. Jaka jest 2023 cyfra po przecinku liczby $\frac{5}{6^3}$?

Zad. 2. W sklepie jednego dnia sprzedano 60% posiadanego masła, a następnego dnia 25% reszty. Zostało 27 kostek masła. Ile kostek masła było początkowo?

Zad. 3. Oblicz ile jest równe n, wiedząc że $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2023}$.

Zad. 4. Wyznacz ćwierć liczby przeciwnej do x, gdy

$$x = \left[\left(6^2 \cdot 0,(4) - 3,4 : \frac{1}{5}\right) \cdot 2^3\right] : [0,(2)]^2$$

Zad. 5. Przyprostokątne pewnego trójkąta prostokątnego wynoszą $2\sqrt{3}$ i $2\sqrt{6}$. Ile wynosi wysokość tego trójkąta opuszczona na przeciwprostokątną?

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, na podstawie konkursu https://katolicka.pl/matematyka-dla-wytrwalych-2/

Zestaw 7.4.2 Mix po klasie 7

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Na 2023 miejscu po przecinku stoi cyfra 1.

Rozwiązanie: $\frac{5}{6^3} = \frac{5}{216} = 0,023(148)$
$(2023 - 3) : 3 = 2020 : 3 = 673\, r.1$

Zad. 2. **Odp.** Na początku w sklepie znajdowało się 90 kostek masła.

Rozwiązanie: x -szukana liczba ilości kostek masła
$60\%x = 0,6x$ - ilość kostek masła sprzedanych I dnia
$25\% \cdot 40\%x = 0,25 \cdot 0,4x = 0,1x$ - ilość kostek masła sprzedayches II dnia
$0,6x + 0,1x + 27 = x$
$0,3x = 27$
$x = 90$

Zad. 3. **Odp.** Szukana liczba n jest równa 1011.

Rozwiązanie: $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2023}$
$3^{2n} + 3^{2n} + 3^{2n} = 3^{2023}$
$3^1 \cdot 3^{2n} = 3^{2023}$
$3^{(1+2n)} = 3^{2023}$, stąd $n = 1011$

Zad. 4. **Odp.** Szukana liczba to $40,5$.

Rozwiązanie:
$x = \left[\left(6^2 \cdot 0,(4) - 3,4 : \frac{1}{5}\right) \cdot 2^3\right] : [0,(2)]^2 = \left[\left(36 \cdot \frac{4}{9} - \frac{34}{10} \cdot \frac{5}{1}\right) \cdot 8\right] : \left[\frac{2}{9}\right]^2 = [(16 - 17) \cdot$
$\cdot 8] : \frac{4}{81} = -8 \cdot \frac{81}{4} = -162$
liczba przeciwna do liczby -162 to 162
ćwierć liczby 162 to $40,5$.

Zad. 5. **Odp.** Wysokość trójkąta opuszczona na przeciwprostokątną wynosi $2\sqrt{2}$.

Rozwiązanie:
$(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{6})^2 = x^2$, stąd $x = 6$
P$= \frac{2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}$ zatem $\frac{6 \cdot h}{2} = 6\sqrt{2}$, stąd $h = 2\sqrt{2}$

Zestaw 7.4.3 Mix po klasie 7

[Powrót]

Zad. 1. Zbiornik o pojemności 2400 l napełniono wodą, wlewając $0,6\ \mathrm{m}^3$ wody w czasie 5 minut. Ile czasu trwało napełnianie tego zbiornika?

Zad. 2. Stosunek długości boków trójkąta jest równy $2 : 3 : a$. Długość drugiego boku jest o 2 cm większa od długości pierwszego boku i stanowi 50% sumy długości dwóch pozostałych boków. Wyznacz a.

Zad. 3. Przekątne rombu mają długości 8 cm i 6 cm. Oblicz, jak zmieni się pole tego rombu, jeżeli dłuższą przekątną zwiększymy o 20%, a krótszą zmniejszymy o 20%.

Zad. 4. Pan Wojciech zapłacił mniej niż 11 zł za 7 zeszytów, a pani Joanna za 9 takich samych zeszytów zapłaciła więcej niż 14 zł. Ile należy zapłacić za 8 takich zeszytów?

Zad. 5. Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych, które przy dzieleniu przez 99 dają resztę 9?

[1] Zad. 1, 2, 3, S. Kalisz, J. Kulbicki, Matematyka na szóstkę. Zadania dla klasy 7, wyd. Nowik 2020
[2] Zad. 4, 5, J.Janowicz, Matematyka. Zbiór Zadań Konkursowych część 3, wyd, GWO ,2020

Zestaw 7.4.3 Mix po klasie 7

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** 20 minut.

Rozwiązanie: $0,6\ \mathrm{m}^3 = 600$ l w 5 min to 2400 l w 20 min.

Zad. 2. **Odp.** $a = 4$

Rozwiązanie: $2x+2 = 3x,\ x = 2$ cm, czyli boki będą miały długości 4 cm, 6 cm, 8 cm.

Zad. 3. **Odp.** Pole zmniejszy się o $0,96\ \mathrm{cm}^2$.

Rozwiązanie: $P = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$, po zmianie $P' = \frac{9,6 \cdot 4,8}{2} = 23,04$.

Zad. 4. **Odp.** Należy zapłacić $12,56$ zł.

Rozwiązanie: x – cena zeszytu
$\frac{14}{9} < x < \frac{11}{7}$
$1,556 < x < 1,571$
$1,56 < x < 1,58$, czyli 1 zeszyt kosztuje $1,57$ zł.

Zad. 5. **Odp.** Jest ich 10.

Rozwiązanie: Najmniejsza to $108 = 1 \cdot 99 + 9$
Największa to $999 = 10 \cdot 99 + 9$.

Zestaw 7.4.4 Mix po klasie 7

[Powrót]

Zad.1. Prostokąt ABCD ma 7 cm długości i $0,03$ m szerokości. Oblicz w decymetrach kwadratowych pole tego prostokąta.

Zad.2. Wśród dziesięciu kolejnych liczb naturalnych, ile może być liczb podzielnych przez 3? Podaj przykłady.

Zad.3. W trapezie ABCD o podstawach długości $|AB| = 11$ i $|CD| = 3$ oraz ramionach długości $|AD| = 9$ i $|BC| = 7$ prowadzimy wysokość DE i CF. Niech $|AE| = x$, $|BF| = y$, $|CF| = |DE| = h$. Z warunków zadania otrzymujemy poniższe równania. Wpisz odpowiednie liczby po prawej stronie:

$x + y = \dots$

$x^2 + h^2 = \dots$

$y^2 + h^2 = \dots$

Zad.4. Krzyś chwalił się, że pomalowanie całego płotu zajęłoby mu 3 godziny. Tomek pomalował ten płot w 5 godzin. Ile czasu zajęłoby im wspólne malowanie płotu?

Zad.5. Klara powiększyła o 150% pewną dodatnią liczbę r, a wynik zmniejszyła o 30%. Tomek tę samą liczbę r najpierw zmniejszył o 30%, a potem wynik powiększył o 150%. Kto otrzymał większy wynik?

[1]Zad. 1, zadanie autorskie
[2]Zad. 2, 3, P. Jędrzejewicz, Bukiety matematyczne dla gimnazjum, wyd. GWO, 2000
[3]Zad. 4, 5, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat, 2020

Zestaw 7.4.4 Mix po klasie 7

Odpowiedzi

Zad.1. **Odp.** Pole tego prostokąta wynosi $0,21\ \mathrm{dm}^2$.

Rozwiązanie: $0,03\ \mathrm{m} = 3\ \mathrm{cm}$
$7 \cdot 3 = 21\ \mathrm{cm}^2$
$21\ \mathrm{cm}^2 = 0,21\ \mathrm{dm}^2$

Zad.2. **Odp.** Wśród dziesięciu kolejnych liczb naturalnych mogą być trzy lub cztery liczby podzielne przez 3.

Rozwiązanie: Przykłady:

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; trzy liczby podzielne przez 3: 3, 6, 9
b) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11; trzy liczby podzielne przez 3: 3, 6, 9
c) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; cztery liczby podzielne przez 3: 3, 6, 9, 12

Wiadomo, że co trzecia liczba naturalna jest podzielna przez 3, więc wśród dziesięciu liczb naturalnych podzielne przez trzy mogą być:
pierwsza, czwarta, siódma i dziesiąta liczba (jak w c);
druga, piąta i ósma liczba (jak w b);
trzecia, szósta i dziewiąta liczba (jak w a).

Zad.3. **Odp.** Te liczby to: 8, 81 i 49.

Rozwiązanie: Z warunków zadania mamy:
$x + y = 11 - 3 = 8$
$x^2 + h^2 = 9^2 = 81$
$y^2 + h^2 = 7^2 = 49$

Zad.4. **Odp.** Wspólnie pomalowaliby płot w 1 h 52 min 30 s.

Rozwiązanie: $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{8x}{15}$
$x : \frac{8x}{15} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ h , czyli 1 h 52 min 30 s

Zad.5. **Odp.** Każde z nich otrzymało ten sam wynik.

Rozwiązanie: Klara najpierw pomnożyła liczbę r przez $\frac{5}{2}$, a potem wynik pomnożyła przez $\frac{7}{10}$. Tomek wykonał te same mnożenia, tylko w odwrotnej kolejności. Mnożenie jest przemienne, więc każde z nich otrzymało ten sam wynik.

Zestaw 8.1.1 Liczby, działania, zastosowania matematyki

[Powrót]

Zad. 1. Dwa ślimaki, Damazy i Sebastian, ścigają się na trasie złożonej z trzech odcinków. Każdy odcinek ma długość 1 metra. Damazy pełznie ze stałą prędkością, natomiast Sebastian pokonuje pierwszy odcinek trasy z prędkością dwa razy większą niż Damazy, drugi odcinek z samą prędkością jak Damazy, a trzeci z prędkością dwa razy mniejszą niż rywal. Kto wygra i o ile metrów zwycięzca wyprzedzi na mecie przegrywającego?

Zad. 2. Wojtek i Kamil lubią robić sobie nawzajem psikusy. Wczoraj w centrum handlowym zjeżdżali w dół ruchomymi schodami. Gdy byli w połowie schodów, Wojtek zerwał Kamilowi z głowy czapkę i rzucił ją na schody jadące w kierunku przeciwnym. Kamil natychmiast ruszył biegiem a górę, aby jak najszybciej pochwycić swoja własność. Natomiast Wojtek pobiegł w dół, a potem schodami w górę, aby złapać czapkę Kamila jeszcze szybciej. Chłopcy biegli z taka samą prędkością, niezależnie od tego, czy poruszali się w górę, czy w dół (była ona dwa razy większa od prędkości schodów). Kto szybciej dotarł do czapki?

Zad. 3. Drogowcy malują pasy dzielące jezdnię. Stosunek długości tej części, którą już namalowali, do długości pozostałej części drogi wynosi $3 : 5$. Gdyby namalowali jeszcze 500 m linii, to ten stosunek byłby równy $5 : 3$. Jaką długość ma odcinek drogi, na której drogowcy malują pasy?

Zad. 4. Średnia ocen z matematyki w klasie 8a na koniec roku szkolnego wynosi 3,25. Oceny bardzo dobre otrzymało 10% uczniów, oceny dobre – 30% uczniów, oceny dostateczne – 7 uczniów. Pozostali uczniowie dostali oceny dopuszczające. Ilu uczniów otrzymało poszczególne oceny?

Zad. 5. Mieszanina wody z cukrem ma stężenie 15%. Ilość wody w roztworze zwiększono o 30%, natomiast ilość cukru zwiększono o 10%. Jakie stężenie ma otrzymany roztwór? Wynik zaokrąglij do pełnego procenta.

[1] Zad. 1, 2, Z. Romanowicz, B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, Siedmioróg, 2017

[2] Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 8.1.1 Liczby, działania, zastosowania matematyki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Zwycięży Damazy, który wyprzedzi na mecie Sebastiana o $\frac{1}{4}$ metra.

Rozwiązanie: Przyjmijmy czas potrzebny Damazemu na pokonanie odcinka długości jednego metra jako jednostkę d. Przepełznięcie całej trasy wyścigu zajmie Damazemu 3d, a Sebastianowi $\frac{1}{2}d + 1d + 2d = 3\frac{1}{2}d$. Oznacza to, że wygra Damazy. Gdy zwycięzca osiągnie metę, Sebastian przepełznie dwa pierwsze odcinki, co zajmie mu $\frac{3}{2}d$, a przez pozostałe $\frac{3}{2}d$ będzie pokonywał trzeci odcinek z prędkością $\frac{1}{2}$ metra na jednostkę czasu. Pokona zatem $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ metra z ostatniego, trzeciego odcinka, czyli do mety pozostanie mu $\frac{1}{4}$ metra.

Zad. 2. **Odp.** Chłopcy dobiegną do czapki równocześnie.

Rozwiązanie: Kamil biegnie w górę w kierunku przeciwnym niż jadą schody, porusza się więc z taką samą prędkością, jak jego czapka na sąsiednich schodach. Oznacza to, że Kamil będzie mógł pochwycić czapkę wtedy, gdy dobiegnie na samą górę – dokładnie w tej samej chwili na samą górę wjedzie czapka. Aby ją złapać, Kamil musi więc przebiec połowę długości schodów. Natomiast Wojtek, aby dostać się na samą górę, musi najpierw przebyć połowę długości schodów (z prędkością trzykrotnie większą niż Kamil, ponieważ porusza się zgodnie z kierunkiem jazdy schodów), a następnie przebiec całą długość sąsiednich schodów jadących w górę (zgodnie z kierunkiem jazdy schodów, czyli znowu z prędkością trzykrotnie większą niż Kamil). Do przebycia ma więc $\frac{3}{2}$ długości schodów, czyli trzy razy więcej niż kolega, a porusza się trzykrotnie szybciej niż Kamil. Stąd wniosek, że obaj chłopcy spotkają się na samej górze i w tym samym momencie znajdzie się tam czapka.

Zad. 3. **Odp.** Odcinek drogi ma 2 km.

Rozwiązanie: Niech x oznacza $\frac{1}{8}$ szukanego odcinka drogi. Drogowcy namalowali już pasy na długości $3x$. Gdyby domalowali 500 m to mieliby $5x$. Czyli $2x = 500$, tak więc $x = 250$. A więc cały odcinek drogi ma $8 \cdot 250$ m $= 2000$ m $= 2$ km.

Zad. 4. **Odp.** Ocenę bardzo dobrą otrzymało 2 uczniów, dobrą – 6 uczniów, dostateczną – 7 uczniów, a dopuszczającą 5 uczniów.

Rozwiązanie: Niech x oznacza ilość uczniów w klasie. Mamy:

$$\frac{5 \cdot \frac{1}{10}x + 4 \cdot \frac{3}{10}x + 3 \cdot 7 + (x - \frac{4}{10}x - 7) \cdot 2}{x} = 3,25$$

Dostajemy: $x = 20$. Ocenę bardzo dobrą dostało $\frac{1}{10} \cdot 20 = 2$, dobrą $\frac{3}{10} \cdot 20 = 6$, a dopuszczającą $20 - 2 - 6 - 7 = 5$.

Zad. 5. **Odp.** Otrzymany roztwór ma stężenie 13%.

Rozwiązanie: Niech x oznacza masę całego roztworu.
Woda zajmuje $0,85x$, a po dolaniu $1,3 \cdot 0,85x = 1,105x$.
Cukier zajmuje $0,15x$, a po dosypaniu $1,1 \cdot 0,15x = 0,165x$.
Cały roztwór ma więc masę $1,27x$.
Zatem stężenie roztworu wynosi: $\frac{0,165x}{1,27x} \cdot 100\% \approx 13\%$.

Zestaw 8.1.2 **Liczby, działania, zastosowania matematyki**

[Powrót]

Zad. 1. Znajdź wszystkie sposoby przedstawienia liczby 100 w postaci sumy dwóch liczb pierwszych.

Zad. 2. Piłki tenisowe pakowane są po jednej, dwie lub trzy sztuki w plastikowe opakowania. W sklepie jest łącznie 35 opakowań z piłkami. Opakowań z trzema piłkami jest tyle samo, ile opakowań z jedną piłką. Ile piłek jest w tym sklepie?

Zad. 3. Jakie cyfry należy postawić w miejsce A i B, aby otrzymać poprawną równość: $AB \cdot A \cdot B = BBB$, gdzie AB jest liczbą dwucyfrową, a BBB – trzycyfrową?

Zad. 4. Zuzia i Maja grają w grę. Naprzemiennie rzucają kostką, jeśli wypadnie sześć oczek to Zuzia płaci Mai 1zł, a jeśli wynik rzutu będzie inny, Maja płaci Zuzi 20 gr. Po 36 rzutach okazało się, że żadna z dziewczyn nie jest nic winna drugiej. Ile razy wypadła szóstka?

Zad. 5. Czy prawdą jest, że dowolna potęga liczby 376 (o wykładniku całkowitym dodatnim) kończy się cyframi 376?

[1]Zad. 1, A. Żurek i P. Jędrzejewicz, Zbiór zadań dla kółek matematycznych w szkole podstawowej, GWO, 2015

[2]Zad. 2, 4, zadania autorskie

[3]Zad. 3, 5,Z. Romanowicz, B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, Siedmioróg, 2017

Zestaw 8.1.2 Liczby, działania, zastosowania matematyki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Rozwiązanie:** $100 = 3 + 97 = 11 + 89 = 17 + 83 = 29 + 71 = 41 + 59 = 47 + 53$

Zad. 2. **Odp.** W tym sklepie jest 70 piłek.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x liczbę opakowań z jedną piłką, a przez y liczbę opakowań z dwoma piłkami. Opakowań z trzema piłkami jest również x. Mamy więc: $x+y+x = 35$, a liczba piłek w sklepie to $1 \cdot x+2 \cdot y+3 \cdot x = 4x+2y = 2(x+y+x) = 2 \cdot 35 = 70$.

Zad. 3. **Odp.** $A = 3$ oraz $B = 7$.

Rozwiązanie: Zauważmy, że $BBB = B \cdot 111 = B \cdot 3 \cdot 37$, czyli prawa strona naszej równości jest podzielna przez 37 i przez 3. Wobec tego również lewa strona musi być podzielna przez 37, co jest możliwe tylko wtedy, gdy 37 jest dzielnikiem liczby AB. Istnieją więc dwie możliwości: $AB = 37$ lub $AB = 74$. Dla $A = 3$, $B = 7$ lewa strona jest równa $37 \cdot 3 \cdot 7 = 111 \cdot 7 = 777$, czyli jest równa prawej. W drugim przypadku lewa strona jest równa $74 \cdot 7 \cdot 4$, czyli nie dzieli się przez 3, wobec czego nie równa się prawej stronie równości.

Zad. 4. **Odp.** Szóstka wypadła sześć razy.

Rozwiązanie: Za każdą szóstkę Maja otrzymuje 1 zł, więc może zapłacić Zuzi za pięć rzutów, w których wypadły inne wyniki. Zatem aby nikt nikomu nie był nic winien, na każde sześć rzutów raz powinna wypaść szóstka. W ciągu $36 = 6 \cdot 6$ rzutów szóstka wypadła więc sześć razy, a inne wyniki 30 razy.

Zad. 5. **Odp.** Podana teza jest prawdziwa.

Rozwiązanie: Mamy $376^2 = 141376$, czyli 376^2 kończy się cyframi 376. Aby sprawdzić, czy 376^3 również kończy się takimi cyframi, można pomnożyć przez $376^2 = 141376$ przez 376. Ponieważ jednak interesują nas tylko trzy ostatnie cyfry iloczynu $141376 \cdot 376$, wystarczy pomnożyć trzy ostatnie cyfry liczby 141376 przez 376, gdyż tylko trzycyfrowe końcówki czynników decydują o trzech ostatnich cyfrach iloczynu. Stwierdziliśmy już, że $376 \cdot 376 = 141376$ kończy się cyframi 376, więc również 376^3 kończy się tymi cyframi.

Zestaw 8.1.3 Liczby, działania, zastosowania matematyki

[Powrót]

Zad. 1. Połącz w pary wyrażenia o równych wartościach. Wypełnij tabelkę, przyporządkowując każdej literze odpowiedni numer.

A. $\frac{|-9|}{\sqrt[3]{64}}$ B. $\frac{-7-9}{2^3}$ C. $\frac{-3^2}{\sqrt{16}}$ D. $\frac{-4+21}{-(-8)}$

I. $2\frac{1}{8}$ II. $2\frac{1}{4}$ III. $-\frac{9}{4}$ IV. -2

A	B	C	D

Zad. 2. Sprawdź, czy równość jest prawdziwa:

$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

Zad. 3. Co jest większe: 33^{60} czy 63^{50}?

Zad. 4. Dodatnią liczbę całkowitą a powiększono o 100%, a wynik zmniejszono o 25% i w rezultacie otrzymano liczbę całkowitą b. Uzasadnij, że liczba a jest parzysta, a liczba b jest podzielna przez 3.

Zad. 5. Średnią harmoniczną m dwóch liczb dodatnich a_1 i a_2 określa wzór

$$m = \frac{2a_1a_2}{a_1 + a_2}.$$

Wyznacz a_1 z tego wzoru.

[1] Zad. 1, E. Duvnjak, E. Kokiernak-Jurkiewicz, Sprawdziany klasa 3, wyd. WSiP, 2011
[2] Zad. 2, 3, P. Jędrzejewicz, Bukiety matematyczne dla gimnazjum, wyd. GWO, 2000
[3] Zad. 4, J. Bednarczuk, J. Bednarczuk, Matematyczne gwiazdki, wyd. Aksjomat, 2020
[4] Zad. 5, E. Duvnjak, E. Kokiernak-Jurkiewicz, Zbiór zadań i testów, Matematyka wokół nas, wyd. WSiP, 2010

Zestaw 8.1.3 Liczby, działania, zastosowania matematyki

Odpowiedzi

Zad. 1. **Rozwiązanie:**

A	B	C	D
II	IV	III	I

Zad. 2. **Odp.** Podana równość jest prawdziwa.

Rozwiązanie:

$$1+\frac{1}{1+\sqrt{2}}=1+\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}$$

Zad. 3. **Odp.** Większa jest liczba 33^{60}.

Rozwiązanie: Zauważmy, że liczby 32^{60} i 63^{50} są potęgami liczby 2:

$32^{60}=(2^5)^{60}=2^{5\cdot 60}=2^{300}$

$64^{50}=(2^6)^{50}=2^{6\cdot 50}=2^{300}$

Mamy:

$33^{60}>32^{60}=2^{300}=64^{50}>63^{50}$

Zad. 4. **Rozwiązanie:** Po powiększeniu liczby a o 100% otrzymamy liczbę $2a$. Po zmniejszeniu liczby $2a$ o 25% otrzymamy liczbę $\frac{3}{4}\cdot 2a=\frac{3}{2}\cdot a=b$.

Skoro $\frac{3}{2}\cdot a=b$, to $3a=2b$.

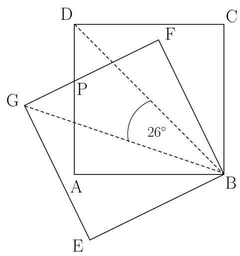
Liczba $3a$ jest podzielna przez 3, więc liczba $2b$ też jest podzielna przez 3. Liczba 2 nie jest podzielna przez 3, więc to liczba b jest podzielna przez 3. Podobnie uzasadniamy, że liczba a jest podzielna przez 2.

Zad. 5. **Odp.** $a_1=\frac{ma_2}{2a_2-m}$

Zestaw 8.2.1 Figury płaskie i przestrzenne

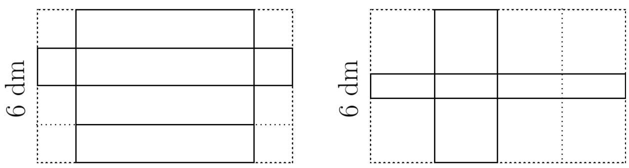
[Powrót]

Zad. 1. Dwa jednakowe kwadraty ABCD i EBFG położone są tak, jak pokazano na rysunku obok. Kąt DBG ma miarę 26°. Oblicz miarę kąta rozwartego GPD.



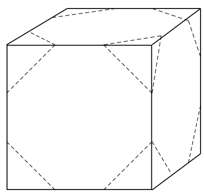
Zad. 2. Jak zmieni się objętość czworościanu foremnego o krawędzi a, jeśli długość jego krawędzi zmniejszymy o 50%?

Zad. 3. Na dwóch jednakowych prostokątnych kartkach o krótszym boku 6 dm narysowano siatki graniastosłupów prawidłowych czworokątnych G1 i G2 (rysunek poniżej). Z obu siatek wykonano modele. Jeden z tych graniastosłupów ma sumę długości wszystkich krawędzi o 16 dm większą niż drugi. Ile razy większa jest jego objętość?



G_1 G_2

Zad. 4. W wierzchołkach sześcianu o krawędzi a, w $\frac{1}{3}$ długości krawędzi, odcięto narożniki (rysunek obok). Oblicz pole powierzchni powstałej bryły.



a

Zad. 5. W pewnym prostopadłościanie liczby 3, 4, 5, 12, 13, $3\sqrt{17}$, $4\sqrt{10}$ są odległościami jednego z wierzchołków od siedmiu pozostałych. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.

[1]Zad. 1, 2, 4, zadania autorskie

[2]Zad. 3, 5, J. Janowicz, Matematyka, Zbiór zadań konkursowych dla klas 7-8 szkoły podstawowej, cz. 3, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe 2020

Zestaw 8.2.1 Figury płaskie i przestrzenne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** $|\sphericalangle GPD| = 116°$.

Rozwiązanie: Zauważmy, że trójkąt GBD jest równoramienny, zatem kąty przy wierzchołkach G i D będą miały po 77°. Skoro $|\sphericalangle PDB| = 45°$, to $|\sphericalangle GDP| = 77° - 45° = 32°$, podobnie $|\sphericalangle DGP| = 32°$. Zatem w trójkącie DGP, $|\sphericalangle GPD| = 180° - 2 \cdot 32° = 116°$.

Zad. 2. **Odp.** Objętość zmniejszy się ośmiokrotnie.

Rozwiązanie: Objętość większego czworościanu wynosi $V_1 = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$, zaś mniejszego $V_2 = \frac{a^3}{48\sqrt{2}}$, $\frac{V_1}{V_2} = 8$.

Zad. 3. **Odp.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15{,}75}{6{,}25} = 2,52$. Objętość pierwszego graniastosłupa jest 2,52 razy większa od drugiego.

Rozwiązanie: x - długość dłuższego boku kartki, $x > 6\,dm$.
K1 -suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa G1
K2 -suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa G2.
V1, V2 - objętości, odpowiednio graniastosłupów G1 i G2.
$K_1 = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 6 + 4 \cdot (x - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 6) = 12 + 4x - 12 = 4x$
$K_2 = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot x + 4 \cdot (6 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot x) = 2x + 24 - 2x = 24$
$4x - 24 = 16$, czyli $x = 10[dm]$ albo $24 - 4x = 16$, czyli $x = 2[dm]$. Ponieważ $x > 6$, więc $x = 10\,dm$.
$V_1 = (\frac{1}{4} \cdot 6)^2 \cdot (10 - 2 \cdot \frac{6}{4}) = \frac{9}{4} \cdot 7 = 15,75[dm^3]$
$V_2 = (\frac{1}{4} \cdot 10)^2 \cdot (6 - 2 \cdot \frac{10}{4}) = \frac{25}{4} \cdot 1 = 6,25[dm^3]$

Zad. 4. **Odp.** $P_{pow} = a^2 \cdot (4\frac{2}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{9})$.

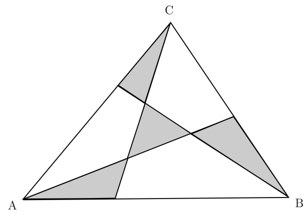
Zad. 5. **Odp.** $V = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144[cm^3]$.

Rozwiązanie: Największa liczba jest długością przekątnej prostopadłościanu, a dwie najmniejsze – długościami dwóch krawędzi.
$3\sqrt{17} = \sqrt{153} < 13$, $4\sqrt{10} = \sqrt{160} < 13$. Przekątna prostopadłościanu ma długość 13 cm. 3 i 4 - dwa wymiary prostopadłościanu,
x – trzeci wymiar prostopadłościanu, $3^2 + 4^2 + x^2 = 13^2$, $x = 12$.

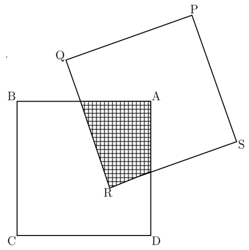
Zestaw 8.2.2 Figury płaskie i przestrzenne

[Powrót]

Zad. 1. Trójkąt ABC o obwodzie 19cm jest podzielony trzema odcinkami na cztery zacieniowane trójkąty i trzy białe czworokąty w sposób przedstawiony na rysunku. Suma obwodów czterech zacieniowanych trójkątów jest równa 20cm, a suma obwodów trzech białych czworokątów jest równa 25cm. Ile jest równa suma długości trzech odcinków dzielących w ten sposób trójkąt ABC?

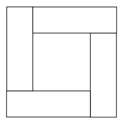


Zad. 2

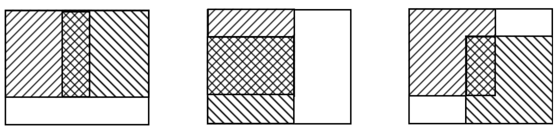


Kwadrat PQRS o boku 10cm położono na kwadracie ABCD o boku tej samej długości. Okazało się, że środek kwadratu PQRS pokrył się z wierzchołkiem A kwadratu ABCD. Oblicz pole powierzchni części wspólnej obu kwadratów.

Zad. 3. Kwadrat o boku długości 10cm podzielono na mniejszy kwadrat i cztery jednakowe prostokąty jak na rysunku. Każda z pięciu części ma taki sam obwód. Oblicz pole małego kwadratu.



Zad. 4. Na prostokątnej tacy Asia układała dwie kwadratowe serwetki o polu 900cm^2 każda. Gdy ułożyła je tak, jak na Rys.1 – zachodziły na siebie na obszarze o polu 300cm^2, a gdy tak, jak na Rys.2 – wspólny obszar miał pole 750cm^2. Jakie pole będzie miał obszar wspólny obu serwetek, gdy Asia ułoży je tak, jak na Rys.3?



Rys.1 Rys.2 Rys.3

Zad. 5. W rombie o boku długości 10cm kąt rozwarty ma miarę 5 razy większą od miary kąta ostrego. Oblicz pole tego rombu.

[1]Zad. 1, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki Matematyka bez formuł, wyd. Aksjomat, 2016

[2]Zad. 2, Zbigniew Romanowicz, Bartłomiej Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, wyd. Siedmioróg, 2013

[3]Zad. 3, 4, 5, J. Janowicz, Matematyka. Zbiór zadań konkursowych dla klas 7 – 8 szkoły podstawowej. Część 1, wyd. GWO, 2018

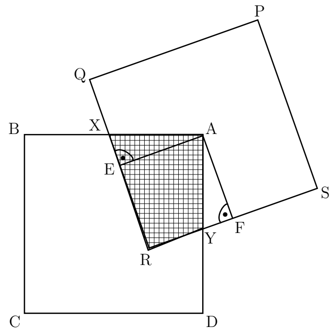
Zestaw 8.2.2 Figury płaskie i przestrzenne
Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Suma długości tych trzech odcinków jest równa 13 cm.

Rozwiązanie: Jeśli dodamy do siebie obwody czterech zacieniowanych trójkątów i trzech białych czworokątów, to otrzymamy sumę obwodu dużego trójkąta i podwojonej sumy długości trzech odcinków dzielących trójkąt. Zatem suma długości tych trzech odcinków jest równa $\frac{1}{2}(20 \text{ cm} + 25 \text{ cm} - 19 \text{ cm}) = 13$ cm.

Zad. 2. **Odp.** Pole powierzchni części wspólnej kwadratów PQRS i ABCD jest równe 25 cm^2.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez E, F środki boków kwadratu PQRS a przez X, Y punkty przecięcia boków obu kwadratów (jak na rysunku). Trójkąty XAE oraz YFA są przystające (cecha kbk), więc mają takie samo pole. Zatem pole części zakreskowanej jest równe polu kwadratu ERFA o polu $\frac{1}{4}$ pola kwadratu PQRS.



Zad. 3. **Odp.** Pole małego kwadratu wynosi 25 cm^2.

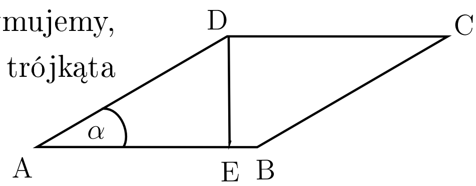
Rozwiązanie: Dłuższy i krótszy bok prostokątnej części mają w sumie długość 10 cm, więc obwód tej części jest równy 20 cm. Bok małego kwadratu ma więc $20 : 4 = 5$ cm, czyli jego pole jest równe 25 cm^2.

Zad. 4. **Odp.** Obszar wspólny obu serwetek ułożonych, jak na Rys.3 ma pole 250cm^2.

Rozwiązanie: Bok serwetki ma długość 30 cm. Na Rys.1 jeden bok wspólnej części ma długość 30 cm, a pole jest równe 300 cm^2, więc drugi bok ma długość 10 cm. Na Rys.2 jeden bok wspólnej części ma długość 30 cm, a pole jest równe 750 cm^2, więc drugi bok ma długość 25 cm. Podobnie, na Rys.3 wymiary wspólnej części są równe 10 cm i 25 cm, czyli jej pole jest równe $10 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 250 \text{ cm}^2$.

Zad. 5. **Odp.** Pole rombu wynosi 50 cm^2.

Rozwiązanie: Z równości $\alpha + 5\alpha = 180°$ otrzymujemy, że $\alpha = 30°$. Wobec tego trójkąt AED jest połową trójkąta równobocznego, więc $|DE| = \frac{1}{2}|AD| = 5$ cm.
Pole$= 10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$



Zestaw 8.2.3 Figury płaskie i przestrzenne

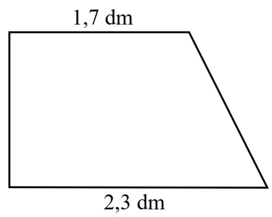
[Powrót]

Zad. 1. Krawędź boczna pewnego graniastosłupa prawidłowego jest dwukrotnie dłuższa od krawędzi podstawy. Suma długości wszystkich krawędzi bryły wynosi 104 cm, a obwód jednej ściany bocznej to 12 cm. Ile wierzchołków ma podstawa tego graniastosłupa?

Zad. 2. Drabina malarska dwuramienna o długości 5 metrów, została rozstawiona na szerokość 8 metrów. O ile metrów trzeba zmniejszyć rozstawienie tej drabiny, żeby sięgała ona wysokości 4 metrów?

Zad. 3. Koralik w wisiorku Basi zbudowany jest z graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego i dwóch ostrosłupów prawidłowych sześciokątnych. Krawędź podstawy i wysokość graniastosłupa mają jednakową długość 6 mm, a wysokość ostrosłupa to $\frac{3}{4}$ długości krawędzi jego podstawy. Oblicz objętość tego koralika.

Zad. 4. Podstawą pojemnika w kształcie graniastosłupa prostego jest trapez prostokątny (rysunek obok), w którym długość wysokości jest o 2 cm krótsza od krótszej podstawy. Przekątna najmniejszej ściany bocznej jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30°. Oblicz objętość pojemnika.



Zad. 5. W trapezie równoramiennym krótsza podstawa i ramiona mają równe długości wynoszące po 10 cm, a przedłużenia ramion przecinają się pod kątem prostym. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

[1] Zad. 1, Zbiór zadań klasa 8, wyd. Nowa Era, 2021.
[2] Zad. 2, Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uscki, Liga zadaniowa, wyd. Aksjomat, Toruń wydanie drugie.
[3] Zad. 3, 4, D. Budzich, E. Górska , Licz ze mną, wyd. Niko, 2017.
[4] Zad. 5, zadanie autorskie

Zestaw 8.2.3 Figury płaskie i przestrzenne

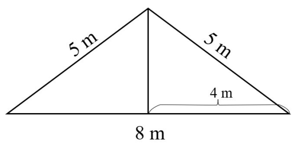
Odpowiedzi

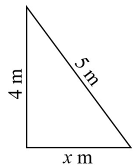
Zad. 1. **Odp.** Podstawa graniastosłupa ma 13 wierzchołków.

Rozwiązanie: $n =$ liczba wierzchołków podstawy, liczba krawędzi podstawy
$2 \cdot 2 \text{ cm} \cdot n + n \cdot 4 \text{ cm} = 104 \text{ cm}$, skąd $n = 13$.

Zad. 2. **Odp.** Rozstawienie należy zmniejszyć o 2 metry

Rozwiązanie:





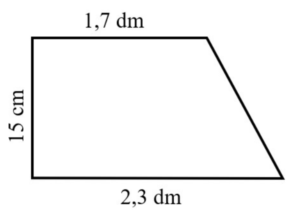
Z trójki pitagorejskiej 3, 4, 5 wnioskujemy, że drabina sięga wysokości 3 metrów.
Nowa wysokość drabiny ma wynosić 4 m, więc na podstawie tej samej trójki pitagorejskiej nowy rozstaw wyniesie 6 m. Rozstaw należy zmniejszyć o $8 \text{ m} - 6 \text{ m} = 2 \text{ m}$.

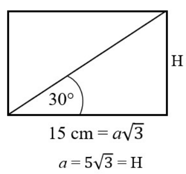
Zad. 3. **Odp.** $486\sqrt{3} \text{ mm}^3$.

Rozwiązanie: krawędź podstawy $a = 6$ mm; wysokość graniastosłupa $= 6$ mm;
wysokość ostrosłupa $= \frac{3}{4} \cdot 6 \text{ mm} = 4,5 \text{ mm}$
$\mathrm{P}_p = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{3} \text{ mm}^2$
$\mathrm{V}_g = \mathrm{P}_p \cdot \mathrm{H}_g = 324\sqrt{3}\text{mm}^3$ oraz $\mathrm{V}_o = \frac{1}{3}\mathrm{P}_p \cdot \mathrm{H}_o \cdot 2 = 162\sqrt{3} \text{ mm;}^3$
$\mathrm{V}_c = 486\sqrt{3} \text{ mm}^3$

Zad. 4. **Odp.** $1,5\sqrt{3} \text{ dm}^3$.

Rozwiązanie:



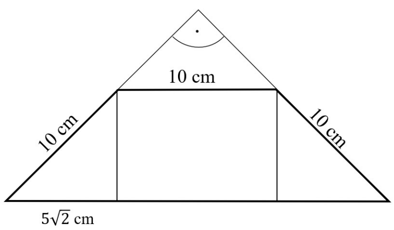


Z treści zadania wysokość podstawy
$h = 17 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$
$\mathrm{P}_p = \frac{(17+23)\cdot 15}{2} = 300 \text{ cm}^2$
$V = 300 \text{ cm}^2 \cdot 5\sqrt{3} \text{ cm} = 1500\sqrt{3} \text{ cm}^3 =$
$= 1,5\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Zad. 5. **Odp**.

Obw$=4 \cdot 10 \text{ cm} + 10\sqrt{2} \text{ cm} = (40 + 10\sqrt{2}) \text{ cm}$

Pole$=\frac{(10+10+10\sqrt{2})\cdot 5\sqrt{2}}{2} = (50\sqrt{2} + 50) \text{ cm}^2$.



Zestaw 8.2.4 Figury płaskie i przestrzenne

[Powrót]

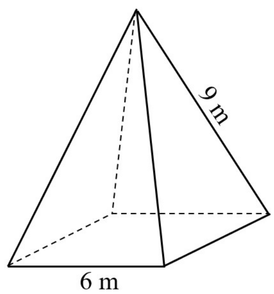
Zad. 1. Uzasadnij, że jeśli po odcięciu naroży kwadratu otrzymamy ośmiokąt foremny o boku długości 3 dm, to bok tego kwadratu ma długość $(3 + 3\sqrt{2})$ dm.

Zad. 2. Oblicz objętość graniastosłupa prostego o wysokości 15 cm, którego podstawą jest trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej równej 12 cm i jednym kącie ostrym dwa razy większym od drugiego.

Zad. 3. Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o boku 6 cm i kącie ostrym 60°. Przekątna ściany bocznej tego graniastosłupa nachylona jest do krawędzi podstawy pod kątem 45°. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zad. 4. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt. Przekątne podstawy przecinają się w punkcie, który jest spodkiem wysokości ostrosłupa.
a) Uzasadnij, że wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa mają taką samą długość, czyli że jest to ostrosłup prosty.
b) Oblicz objętość tego ostrosłupa, jeśli krawędzie jego podstawy mają długości 6 cm i 8 cm, a suma długości wszystkich krawędzi bryły jest równa 80 cm.

Zad. 5. Uzasadnij, że do wykonania dachów dwóch wież, każdego w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o wymiarach podanych na rysunku, potrzeba łącznie ponad 200 m^2 blachy.



[1]Zad. 1, 2, 3, 4, 5, M. Braun, A. Mańkowska, M. Paszyńska, J. Janowicz, W. Babiański, E. Szmytkiewicz, K. Wej, Matematyka z kluczem. Klasa 8

Zestaw 8.2.4 Figury płaskie i przestrzenne

Odpowiedzi

Zad. 1. **Rozwiązanie:** $x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ [dm] (stosunek długości boku kwadratu do długości przekątnej)
a – długość boku kwadratu
$a = 3 + 2x = 3 + 2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = (3 + 3\sqrt{2})$ [dm]

Zad. 2. **Odp.** $V = 270\sqrt{3}$ cm^3.

Rozwiązanie: $H = 15$ cm – wysokość graniastosłupa.
Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o kątach $30°$, $60°$ i $90°$.
$c = 12$ cm – długość przeciwprostokątnej
Przyprostokątne mają odpowiednio długości: $a = 6\sqrt{3}$ cm, $b = 6$ cm.
$P_p = 18\sqrt{3}$ cm^2, $V = P_p \cdot H = 270\sqrt{3}$.

Zad. 3. **Odp.** $V = 108\sqrt{3}$ cm^3.

Rozwiązanie: Podstawa to suma dwóch trójkątów równobocznych o boku $a =$ 6 cm. $P_p = 18\sqrt{3}$ cm^2. Ściana boczna jest sumą dwóch trójkątów prostokątnych równoramiennych, więc jest kwadratem. Wysokość graniastosłupa jest równa bokowi kwadratu, czyli krawędzi podstawy. $H = a = 6$ cm, $V = 108\sqrt{3}$ cm^3.

Zad. 4. **Rozwiązanie:** a) S - spodek wysokości, W- wierzchołek ostrosłupa.
$|AS| = |BS| = |CS| = |DS|$ (S jest punktem przecięcia przekątnych prostokąta w podstawie ostrosłupa). Kąty $\sphericalangle ASW = \sphericalangle BSW = \sphericalangle CSW = \sphericalangle DSW = 90°$, bo SW jest wysokością ostrosłupa. Trójkąty ASW, BSW, CSW i DSW są przystające, wobec tego $|AW| = |BW| = |CW| = |DW|$, c.b.d.o.
b) $4|AW| + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 8 = 80$, skąd $|AW| = 13$ cm, $|AS| = 5$ cm.
Dla trójkąta ASW stosujemy twierdzenie Pitagorasa: $|SW| = 12$ cm.
$P_p = 48$ cm^2, $V = 192$ cm^3.

Zad. 5. **Rozwiązanie:** Wysokość ściany bocznej: $6\sqrt{2}$ m.
Pole boczne ostrosłupa: $P_b = 72\sqrt{2}$ m^2.
Pole powierzchni dwóch dachów: $P_b = 144\sqrt{2}$ m$^2 \approx 144 \cdot 1,4$ m$^2 = 201,6$ m^2.
$201,6$ m$^2 > 200$ m^2.

Zestaw 8.3.1 Mix po klasie 8

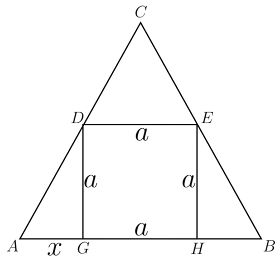
[Powrót]

Zad. 1. Jeśli do liczby dwucyfrowej a dopiszemy na początku cyfrę 5, to otrzymamy liczbę o 234 mniejszą od liczby, którą otrzymamy po dopisaniu cyfry 5 na końcu liczby a. Wyznacz liczbę a. Zapisz obliczenia.

Zad. 2. Suma dwóch ułamków wynosi $\frac{17}{60}$. Ich liczniki mają się do siebie jak $2 : 3$, a mianowniki jak $3 : 4$. Znajdź te ułamki.

Zad. 3. W trójkącie różnobocznym ABC środek D najdłuższego boku połączono z przeciwległym wierzchołkiem trójkąta. Trójkąt ABC został podzielony na dwa trójkąty, z których jeden jest równoboczny. Oblicz, ile procent pola trójkąta ABC stanowi pole powstałego trójkąta równobocznego.

Zad. 4. Na rysunku trójkąt ABC jest równoboczny o boku długości $\sqrt{3} + 2$. Oblicz, o ile bok kwadratu $DEHG$ jest krótszy od boku trójkąta ABC.



Zad. 5. Czy istnieje wielościan mający tyle samo krawędzi co przekątnych? Jeśli tak, to podaj przykład, jeśli nie – uzasadnij dlaczego.
Uwaga: Przekątna wielościanu to każdy odcinek łączący dwa wierzchołki, ale niebędący krawędzią ani przekątną ściany.

[1]Zad. 1, Podkarpacki Konkurs z Matematyki, etap rejonowy, rok szk. 2018/2019
[2]Zad. 2, Kujawsko-pomorski Konkurs z Matematyki, etap rejonowy, rok szk.2018/2019
[3]Zad. 3, Mazowiecki Konkurs z Matematyki, etap wojewódzki, rok szk. 2021/2022
[4]Zad. 4, Mazowiecki Konkurs z Matematyki, etap wojewódzki, rok szk. 2019/2020
[5]Zad. 5, J. Janowicz, Matematyka, Zbiór zadań konkursowych, wyd. GWO

Zestaw 8.3.1 Mix po klasie 8

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** $a = 81$.

Rozwiązanie: Przyjmijmy $a = 10x+y$. Wtedy $5\cdot 100+10x+y = 100x+10y+5-234$. Stąd: $10x + y = 81$.

Zad. 2. **Odp.** Szukane ułamki to $\frac{3}{20}$ i $\frac{2}{15}$.

Rozwiązanie: Przyjmijmy: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{17}{60}$. Z warunków zadania wiemy, że $a = \frac{2}{3}c$ i $b = \frac{3}{4}d$. Po podstawieniu do równania, otrzymujemy: $\frac{c}{d} = \frac{2}{15}$.

Zad. 3. **Odp.** Pole trójkąta DBC stanowi 50% pola trójkąta ABC.

Rozwiązanie: W trójkątach ADC i DBC podstawy AD i DB są jednakowej długości, a wysokość CF jest wspólna, a więc pola tych trójkątów są równe, zatem pole trójkąta DBC jest połową pola trójkąta ABC.

Zad. 4. **Odp.** Bok kwadratu $DEHG$ jest krótszy o 2 od boku trójkąta ABC.

Rozwiązanie: Niech a-długość boku kwadratu. Trójkąt DEC jest równoboczny o boku długości a oraz trójkąty ADG i BEH są przystającymi trójkątami prostokątnymi o kątach ostrych i są „połówkami” trójkąta równobocznego o wysokości a, a więc $a = |HB| \cdot \sqrt{3}$, więc $|HB| = \frac{a}{\sqrt{3}} = |AG|$, $\quad |AB| = \frac{a}{\sqrt{3}} + a + \frac{a}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 2$, stąd $a = \sqrt{3}$.

Zad. 5. **Odp.** Istnieje. Na przykład graniastosłup sześciokątny, który ma 18 krawędzi i 18 przekątnych.

Rozwiązanie: Oznaczmy jako n liczbę wierzchołków jednej podstawy graniastosłupa ($n \geqslant 3$). Wówczas liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa wynosi $3n$. Z każdego wierzchołka można wyprowadzić $n-3$ przekątne bryły biegnące do wierzchołków przeciwległej podstawy. Przekątnych jest więc $n \cdot (n-3)$. Rozwiążmy równanie: $n(n-3) = 3n$. Dostajemy $n = 0$ lub $n = 6$. Ponieważ $n \geqslant 3$, więc $n = 6$. Czyli graniastosłup sześciokątny ma $3 \cdot 6 = 18$ krawędzi i $6 \cdot (6-3) = 18$ przekątnych.

Zestaw 8.3.2 Mix po klasie 8

[Powrót]

Zad. 1. Pewien hodowca przywiózł na targ króliki. Pierwszemu kupującemu sprzedał $\frac{1}{6}$ wszystkich posiadanych królików i jeszcze jednego królika, drugiemu - $\frac{1}{6}$ pozostałych królików i jeszcze dwa króliki, trzeciemu - $\frac{1}{6}$ pozostałych królików i jeszcze trzy króliki itd. Gdy sprzedał wszystkie króliki, stwierdził ze zdziwieniem, że każdy klient kupił taką samą liczbę zwierząt. Ile królików hodowca przywiózł na targ i ilu miał klientów?

Zad. 2. Piotr jest o 3 lata starszy od Pawła i o 6 lat starszy od Gawła. Iloczyn lat, jakie sobie liczą Paweł i Jacek, jest o 9 większy od iloczynu wieku Piotra i wieku Gawła. O ile lat jest starszy Piotr od Jacka?

Zad. 3. Kurtka kosztuje o 40% więcej niż buty. Buty kosztują o 40% więcej niż koszulka. O ile procent koszulka jest tańsza od kurtki? Wynik zaokrąglij do pełnego procentu.

Zad. 4. W pudełku znajdują się kulki czerwone i zielone. Liczba zielonych kulek w tym pudełku stanowi $\frac{1}{12}$ liczby kulek czerwonych. Po wyciągnięciu dziewięciu czerwonych kulek, liczba kulek zielonych stanowiła $\frac{1}{15}$ liczby kulek czerwonych. Ile kulek było w tym pudełku?

Zad. 5. Samochód przejechał trasę czterokrotnie dłuższą niż rower w czasie stanowiącym 45 jego czasu. Ile razy szybciej jechał samochód?

[1]Zad. 1, Z. Romanowicz, B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, Siedmioróg, 2017

[2]Zad. 2, H. Pawłowski, Olimpiady i konkursy matematyczne Zadania dla szkół podstawowych i gimnazjów, Oficyna Wydawnicza „Tutor", 2017

[3]Zad. 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 8.3.2 Mix po klasie 8

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Hodowca przywiózł na targ 30 królików i miał w tym dniu pięciu klientów.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x początkową liczbę królików. Pierwszy klient kupił $(\frac{1}{6}x + 1)$ królików, więc hodowcy pozostało ich $(\frac{5}{6}x - 1)$. Drugi klient kupił $\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}x - 1\right) + 2$, ale wiemy, że kupił tyle samo królików, co poprzednik.
Zatem $\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}x - 1\right) + 2 = \frac{1}{6}x + 1$, skąd $\left(\frac{5}{6}x - 1\right) + 12 = x + 6$, czyli $5 = \frac{1}{6}x$.
Na początku hodowca musiał mieć 30 królików.
Pierwszy klient kupił $\frac{1}{6} \cdot 30 + 1 = 6$ królików – pozostały więc 24 króliki.
Drugi klient kupił $\frac{1}{6} \cdot 24 + 2 = 6$ królików – pozostało 18 królików.
Trzeci klient kupił $\frac{1}{6} \cdot 18 + 3 = 6$ królików – pozostało 12 królików.
Czwarty klient kupił $\frac{1}{6} \cdot 12 + 4 = 6$ królików – pozostało 6 królików.
Piąty klient kupił $\frac{1}{6} \cdot 6 + 5 = 6$ królików – hodowcy nie pozostał żaden królik. Widzimy więc, że każdy z pięciu klientów kupił taką samą liczbę królików (sześć).

Zad. 2. **Odp.** Piotr jest starszy od Jacka o 3 lata.

Rozwiązanie: x - lata Piotra, $x - 3$ - lata Pawła, $x - 6$ - lata Gawła, y - lata Jacka. Z treści zadania wynika równanie: $(x - 3)y = x(x - 6) + 9$, skąd dostajemy $x - y = 3$, bo $x > 6$. Oznacza to, że Piotr jest starszy od Jacka o 3 lata.

Zad. 3. **Odp.** Koszulka jest tańsza od kurtki o 49%.

Rozwiązanie: Oznaczmy przez x cenę koszulki, wtedy buty kosztują $1,4x$, a kurtka $1,96x$. Mamy $\frac{1{,}96x - x}{1{,}96x} \cdot 100\% \approx 49\%$.

Zad. 4. **Odp.** W tym pudełku było 39 kulek.

Rozwiązanie: x - ilość zielonych kulek. $12x$ - ilość czerwonych kulek. Kiedy wyciągnięto dziewięć czerwonych kulek, w pudełku zostało ich $12x - 9$. Mamy równanie $12x - 9 = 15x$, skąd $x = 3$.

Zad. 5. **Odp.** Samochód jechał pięć razy szybciej.

Rozwiązanie: Niech v_s oznacza prędkość samochodu, a v_r – prędkość roweru. Drogę przebytą przez rower oznaczmy przez s, a czas jazdy roweru przez t. Mamy:
$v_s : v_r = \frac{4s}{\frac{4}{5}t} : \frac{s}{t} = 4 \cdot \frac{5}{4} = 5$.

Zestaw 8.3.3 Mix po klasie 8

[Powrót]

Zad. 1. Ola i Janek postanowili zmierzyć odległość między ich domami za pomocą swoich kroków. Długość kroku Janka to 6 dm, a długość kroku Oli to 54 cm. Oblicz ile jest metrów od jednego domu do drugiego, jeśli ślady ich stóp pokryły się aż 31 razy. Jako pierwszy wspólny ślad liczymy początek wyjścia, a przy ostatnim stoi drugi dom.

Zad. 2. Pod dębem leżały żołędzie. Kasia wzięła do domu 111 z nich, a Michał tylko 6 żołędzi. Razem zebrali spod dębu 18 wszystkich żołędzi. Ile żołędzi zostało pod dębem?

Zad. 3. Dany jest kwadrat o boku 5 cm. Prostokąt ma pole trzy razy większe od pola kwadratu, a szerokość dwa razy mniejszą od boku kwadratu. Jaki obwód ma ten prostokąt?

Zad. 4. Dwie koleżanki wybrały się po zakupy. Jedna z nich kupiła 2 kg pomidorów i 1 kg ogórków płacąc razem 14 zł, a druga 2 kg ogórków i 1 kg pomidorów za 13 zł łącznie. Oblicz koszt 1 kg pomidorów i 1 kg ogórków.

Zad. 5. Ania obliczyła średnią swoich ocen z matematyki. Otrzymała 3,5. W poniedziałek otrzymała szóstą ocenę i wówczas jej średnia ocen z matematyki wzrosła do 3,75. Oblicz jaką ocenę otrzymała w poniedziałek.

[1] Zad. 2, 3, 4, zadania autorskie na podstawie Wojewódzki konkurs matematyczny dla uczniów szkoły podstawowej w roku szkolnym 2020/2021 stopień szkolny 7.10.2020 woj podlaskie

[2] Zad. 1, 5, zadania autorskie na podstawie Konkurs matematyczny dla uczniów szkoły podstawowej 2012/2013 KO Lublin

Zestaw 8.3.3 Mix po klasie 8

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Odległość pomiędzy domami Oli i Janka wynosi 162m.

Rozwiązanie: 6dm $= 60\text{cm} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, 54cm$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$,
$NWW(60, 56) = 60 \cdot 9 = 540\text{m} = 5,4\text{m}$; $5,4\text{m} \cdot 30 = 162\text{m}$.

Zad. 2. **Odp.** Pod dębem zostało 154 żołędzie.

Rozwiązanie: Oznaczmy:
x - wszystkie żołędzie,
$111x$ - żołędzie Kasi,
$18x$ - żołędzie zebrane spod dębu. Mamy równanie: $111x + 6 = 18x$, skąd $x = 176$.
$176 - 16 - 6 = 154$.

Zad. 3. **Odp.** Obwód prostokąta wynosi 65 cm.

Rozwiązanie: Pole kwadratu $= 25\text{cm}^2$
Pole prostokąta $= 75\text{cm}^2$
Szerokość prostokąta $= 2,5\text{cm}$
Oznaczmy x długość prostokąta. Mamy zatem:
$x = 75\text{cm}^2 : 2,5\text{cm} = 30\text{cm}$.
$Obw. = 60\text{cm} + 5\text{cm} = 65\text{cm}$.

Zad. 4. **Odp.** 1kg pomidorów kosztuje 5zł, a 1kg ogórków 4zł.

Rozwiązanie: Oznaczmy: x cena 1kg pomidorów, y cena 1kg ogórków
$2x + y = 14$, $2y + x = 13$, $3x + 3y = 27$, $x + y = 9$, $x - y = 1$, skąd $x = 5$,
$y = 4$.

Zad. 5. **Odp.** Anią w poniedziałek otrzymała piątkę.

Rozwiązanie: Oznaczmy x - ocena otrzymana przez Anię
$3,5 \cdot 5 = 17,5$
$3,75 \cdot 6 = 22,5$
$x = 22,5 - 17,5 = 5$.

Zestaw 8.3.4 Mix po klasie 8

[Powrót]

Zad. 1. Jaką cyfrę ma w rzędzie jedności liczba
a) $4 \cdot 5^{37} + 7$ b) 3^{71}

Zad. 2. Prostokąt ma obwód równy 36 cm. Jeden z jego boków zwiększono o 3 cm a drugi zmniejszono o 5 cm ale pole prostokąta się nie zmieniło. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Zad. 3. Wyrażenie $(5^{3-m})^3 \cdot (5^{3m+1} : 5^{2-m})$ przedstaw w najprostszej postaci a następnie oblicz jego wartość dla $m = -4$.

Zad. 4. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa o podstawie trójkąta równobocznego wiedząc, że pole podstawy wynosi $4\sqrt{3}$ cm^2, a jedna z krawędzi bocznych o długości 12 cm jest prostopadła do podstawy.

Zad. 5. Ile osób może przebywać w pokoju w kształcie prostopadłościanu o wysokości $2,5$ m, długości o 5 metrów dłuższej, a szerokości dwa razy większej niż wysokość? Na każdą osobę w tym pomieszczeniu powinno przypadać co najmniej $4,5$ m^3 powietrza.

[1] Zad. 1, 2, 3, 4, 5, zadania autorskie

Zestaw 8.3.4 Mix po klasie 8

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** a) 7, b) 9

Zad. 2. **Odp.** $b = 4\frac{7}{8} = 4,875$; $a = 13\frac{1}{8} = 13,125$

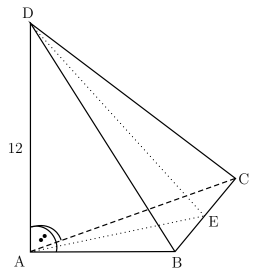
Rozwiązanie: a i b to długości boków prostokąta
$2(a+b) = 36, \quad a = 18 - b$
$(18 - b - 5)(b + 3) = (18 - b)b$, stąd $b = 4\frac{7}{8} = 4,875$; $a = 13\frac{1}{8} = 13,125$

Zad. 3. **Odp.** Wartość tego wyrażenia dla $m = -4$ wynosi 625.

Rozwiązanie:
$5^{m+8} = 5^{-4+8} = 5^4 = 625.$

Zad. 4. **Odp.** Pb $= 48 + 4\sqrt{39}$ cm^2.

Rozwiązanie:
|AB|=|BC|=|AC|= 4 cm
|AE|=$2\sqrt{3}$ cm
|DE|=$2\sqrt{39}$ cm



Zad. 5. **Odp.** W pokoju może przebywać 20 osób.

Rozwiązanie: $V = 93,75$ m^3; $\quad 93,75 : 4,5 = 20,833\ldots$

Zestaw 8.3.5 Mix po klasie 8

[Powrót]

Zad. 1. Jaś wypił $\frac{1}{6}$ filiżanki kawy i uzupełnił ją mlekiem. Następnie wypił $\frac{1}{3}$ tej filiżanki i znowu dolał mleka do pełna. Potem wypił połowę tej filiżanki i uzupełnił ponownie mlekiem, po czym wypił całą jej zawartość. Czego Jaś wypił więcej: kawy czy mleka?

Zad. 2. Michał poszedł do banku, żeby zrealizować wypłatę gotówki za pomocą czeku. Kasjer pomylił się i wypłacił tyle złotych, ile powinien wypłacić groszy, i tyle groszy, ile powinien wypłacić złotych. Michał nie przeliczył pieniędzy – włożył je do kieszeni, nie zauważając, że wypadła mu przy tym pięciogroszówka. Przeliczył pieniądze dopiero w domu i stwierdził ze zdziwieniem, że ma kwotę dwa razy większą od wypisanej na czeku. Jaką sumę chciał wypłacić Michał?

Zad. 3. Suma dwóch liczb dodatnich jest dziewięć razy większa od ich różnicy, a iloczyn jest dziewięć razy większy od ich ilorazu. Znajdź te liczby.

Zad. 4. Trapez (niebędący równoległobokiem) ma trzy boki tej samej długości. Wykaż, że jego kąty wewnętrzne są równe odpowiednim kątom między przekątnymi.

Zad. 5. Mała puszka na kawę ma pojemność 600 ml i waży 6,5 dag. Duża pusta puszka o pojemności 1,3 litra waży 0,15 kg. Mała puszka pełna kawy waży 515 g. Ile waży duża puszka pełna kawy?

[1] Zad. 1, H. Pawłowski, Olimpiady i konkursy matematyczne Zadania dla szkół podstawowych i gimnazjów, Oficyna Wydawnicza „Tutor", 2017

[2] Zad. 2, Z. Romanowicz, B. Dyda, Zadania dla przyszłych olimpijczyków, Siedmioróg, 2017

[3] Zad. 3, 5, zadania autorskie

[4] Zad. 4, J. Janowicz, Matematyka Zbiór zadań konkursowych dla klas 7-8 szkoły podstawowej, GWO, 2018

Zestaw 8.3.5 Mix po klasie 8

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Jaś wypił po równo kawy i mleka.

Rozwiązanie: Jaś wypił filiżankę kawy i filiżankę mleka, co wynika z prostego rachunku: $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1$.

Zad. 2. **Odp.** Michał chciał wypłacić 31 zł 63 gr.

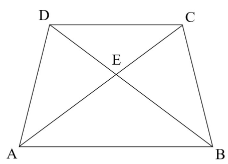
Rozwiązanie: Oznaczmy kwotę wypisanych na czeku złotych przez z, a groszy – przez g, gdzie g jest liczbą naturalną i $g<100$. Kwotę z czeku wyrażoną liczbą groszy zapiszmy jako $100z+g$. Kasjer wypłacił łącznie $100g+z$ groszy. Również z jest liczbą naturalną i $z<100$. Wiemy też, że wypłacona kwota pomniejszona o 5 gr jest równa $2100z+g$. Otrzymujemy więc równość $100g+z-5=2100z+g$, skąd $98g-5=199z$, czyli $98g-2z=5+3z$. Lewa strona tego równania dzieli się przez 98, co oznacza, że prawa strona też jest podzielna przez tę liczbę. Ponieważ $z\le 99$, więc $5+3z\le 302$, zatem jedyne możliwości to $5+3z=0$ lub $5+3z=98$, lub $5+3z=2\cdot 98$, lub $5+3z=3\cdot 98$. We wszystkich przypadkach oprócz drugiego otrzymujemy niecałkowitą wartość z. Dlatego pozostaje tylko przypadek drugi, czyli $5+3z=98$, skąd $z=31$. Na tej podstawie oraz z równania $98g-2z=5+3z$ wyliczamy $g=63$.

Zad. 3. **Odp.** Te liczby to: $3\frac{3}{4}$ i 3 oraz 3 i $2\frac{2}{5}$.

Rozwiązanie: Oznaczmy szukane liczby przez x i y, przyjmijmy że $x>y$. Wtedy pierwszy warunek można zapisać jako $x+y=9(x-y)$, czyli $x=\frac{5}{4}y$.

A drugi w postaci $xy=9\frac{x}{y}$, czyli $y^2=9$, więc $y=3$ albo $xy=9\frac{y}{x}$, czyli $x^2=9$, więc $x=3$. Dostajemy odpowiednio $x=3\frac{3}{4}$ oraz $y=2\frac{2}{5}$.

Zad. 4. **Rozwiązanie:**
Niech $\sphericalangle BAD=\alpha$. Mamy wtedy
$\sphericalangle AED=180^\circ-\sphericalangle AEB=180^\circ-(180^\circ-2\cdot\frac{1}{2}\alpha)=\alpha$.
$\sphericalangle ADC=\sphericalangle AEB=180^\circ-\alpha$.



Zad. 5. **Odp.** Duża puszka pełna kawy waży 1,125 kg.

Rozwiązanie: Kawa w małej puszce waży $0,515$ kg $-\ 0,065$ kg $=0,45$ kg i wiemy, że zajmuje $0,6$ l. A więc $1,3$ l kawy waży $0,975$ kg. Zatem duża puszka z kawą waży $1,125$ kg.

Zestaw 8.3.6 Mix po klasie 8

[Powrót]

Zad. 1. Jaka cyfra występuje na 214 miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{25}{26}$?

Zad. 2. Suma cyfr liczby trzycyfrowej wynosi 17. Cyfra dziesiątek jest największą wśród cyfr liczbą pierwszą. Cyfra jedności stanowi $\frac{2}{3}$ cyfry setek. Co to za liczba?

Zad. 3. Ile trójek należy dodać, aby otrzymać 3^{81}?

Zad. 4 Oblicz objętość ośmiościanu foremnego o krawędzi 1 dm.

Zad. 5. Średnia arytmetyczna siedemnastu kolejnych liczb naturalnych stanowi $112,5\%$ najmniejszej z tych liczb. Jaki procent największej z nich stanowi ta średnia?

[1] Zad. 1, 2, 3, E. Duvnjak, E. Jurkiewicz, Matematyka Wokół Nas Zbiór zadań wyd. WSiP 2002
[2] Zad. 4, J. Lech, M. Braun, Matematyka 3 zbiór zadań gimnazjum, wyd. GWO 2013
[3] Zad. 5, J. Janowicz, Matematyka Zbiór Zadań Konkursowych część 2, wyd, GWO ,2020

Zestaw 8.3.6 Mix po klasie 8

Odpowiedzi

Zad. 1. **Odp.** Na 214 miejscu po przecinku jest liczba 5.

Rozwiązanie: Rozwinięcie to $0,9(615384)$.

Zad. 2. **Odp.** 674.

Rozwiązanie: $x + 7 + \frac{2}{3}x = 17; \quad x = 6$ – cyfra setek

Zad. 3. **Odp.** 3^{80}

Rozwiązanie: $3(1 + 1 + \cdots + 1)$

Zad. 4. **Odp.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ dm^3

Rozwiązanie: $V = \frac{1}{3}P_p \cdot H \cdot 2$
$H = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Zad. 5. **Odp.** 90%

Rozwiązanie: x - najmniejsza z 17 liczb

$$\frac{(x + x + 1 + x + 2 + \cdots + x + 16)}{17} = x + 8$$

$$\frac{x+8}{x} = \frac{112,5}{100}$$

$$x = 64$$

$$\frac{(64+8)}{80} = 0,9, \quad \text{czyli } 90\%$$